

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 49.

1. Ueber electriche Widerstandsbestimmung mit Wechselströmen; von F. Kohlrausch.

Ich möchte durch diese Mittheilung die obige Methode, besonders auch die von mir mit derselben ausgeführten Bestimmungen endgültig gegen Bedenken sichern. Zu dem Zwecke sollen die für die Richtigkeit innezuhaltenden Bedingungen nach den verschiedenen Seiten experimentell untersucht werden. Schwierigkeiten, welche bisher nicht überwunden sind, entstehen hauptsächlich bei sehr grossen Widerständen. Hierüber kann ich eine Anzahl von neuen Erfahrungen beibringen, die manche Hindernisse beseitigen.

Veranlasst wurde ich zu der neuen kritischen Behandlung des Verfahrens durch die frühere Arbeit von Hrn. M. Wien.¹⁾ Seitdem ist freilich schon Hr. Elsas²⁾ den Einwendungen von Wien mit Versuchen entgegengetreten. Ferner schliesst im letzten vorjährigen Hefte der Annalen Wien³⁾ selbst seine Kritik, die in dem ersten Aufsatz bei dem Leser Bedenken gegen die Methode erregen konnte und theilweise erregt hat, damit ab: „es soll mit dem Vorstehenden kein Einwand gegen die K'sche Methode zur Messung von Flüssigkeitswiderständen mit Wechselstrom und Hörtelephon erhoben werden... Es sollte nur nachgewiesen werden, dass methodische Fehler auftreten können... Dieselben sind secundärer Natur und meist klein; in meinem Falle hielten sie sich immer innerhalb 0,1 Proc.“

Hiermit hat Wien seine Bedenken zurückgenommen; wenigstens entspricht diese Bemerkung ziemlich genau der Ansicht, welche ich über die Methode gewonnen und vertreten hatte.

1) M. Wien, Wied. Ann. **42**. p. 593. 1891.

2) Elsas, Wied. Ann. **44**. p. 666. 1891.

3) Wien, Wied. Ann. **47**. p. 636. 1892.

Es ist aber doch nicht überflüssig, meine experimentelle Prüfung zu veröffentlichen. Denn die Theorie führt, wegen des von Wien erörterten gleichzeitigen Vorhandenseins verschiedener Schwingungsperioden in den meisten Wechselströmen zu keiner quantitativen Fehlerbestimmung. Die von Elsas angestellten Versuche betreffen einzelne Punkte und beziehen sich auf seinen Differentialinductor, für welchen nach Wien andere Verhältnisse gelten wie für die gebräuchlichere Brückenanordnung. Weiter wird sich Gelegenheit geben, manches weniger bekannte zu betonen und einiges neue mitzutheilen.

Endlich aber steht oder stand Wien mit seinen Bedenken nicht allein. Z. B. äussert Hr. R. Lohnstein¹⁾ in einer neuen Arbeit über Uebergangswiderstände zwischen Metallplatten und Electrolyten: „Es ist anzuerkennen, dass die von F. Kohlrausch eingeführte Wechselstrommethode ... unter Beobachtung aller erforderlichen Cautelen eine für *praktische* Zwecke im allgemeinen ausreichende Genauigkeit zu erreichen gestattet. Anders steht die Sache, wenn es sich darum handelt, aus den so gewonnenen Zahlen weitergehende theoretische Schlussfolgerungen zu ziehen ...“ Hr. Lohnstein scheint somit die Resultate einer grossen Reihe von Arbeiten verschiedener Verfasser in Zweifel zu ziehen.

Bei diesen Gelegenheiten werden ältere Versuche von Bouty und Foussereau, mit colossalen Differenzen und scharfen Einwänden gegen die Methode der Wechselströme immer noch in's Feld geführt, die zu beleuchten demnach nicht überflüssig erscheint.

Ich möchte mir aber doch auch erlauben, auf einen Umstand hinzuweisen, welchen die Kritiker der Wechselstrommethode wohl nicht hinreichend beachtet haben. Diejenigen zahlreichen Beobachter, welche, im Anfange ebenfalls theilweise misstrauisch, diese Methode zu ausgedehnten Messungen gebrauchten, haben sich durchweg mit derselben befreundet. Fehler durch das Verfahren werden nicht gefunden, während solche sich doch unter den Augen umsichtiger Beobachter in Widersprüchen fühlbar gemacht haben würden. Auch sind ja kritische Experimentaluntersuchungen über das Verfahren selbst

1) R. Lohnstein, Wied. Ann. 47. p. 299. 1892.

2) Bouty u. Foussereau, Journ. d. phys. (2) 4. p. 419. 1885.

schon früher ausgeführt worden, z. B. von Tollinger, Ostwald, Sheldon, und wiederholt von mir selbst. Stets hatte sich ergeben, dass bei Beobachtung der erforderlichen Cautelen die Methode reichlich so genau arbeitet wie die theoretischen Schlussfolgerungen dies erfordern. Ich glaube, man unterschätzt diese Arbeiten, wenn man sie bei der Kritik unbeachtet lässt.¹⁾

Die bleibenden Schwierigkeiten, Unsicherheiten und gelegentlich vorkommenden kleinen Differenzen bei der Bestimmung des Leitungswiderstandes von Electrolyten mit Wechselströmen sind mehr von der chemischen als von der electrischen Seite solcher Arbeiten verschuldet und auf der letzteren mehr durch die absoluten Ausmessungen und den Temperatureinfluss als durch die Widerstandsvergleichen.

Auf der chemischen Seite der Arbeit aber liegen in der Reindarstellung, der quantitativen Analyse, gelegentlich in der Veränderlichkeit der Lösungen, bei grosser Verdünnung in dem Einfluss der Electroden oder der Gefässwände, in der Beschaffenheit des Wassers etc. Schwierigkeiten, die nicht immer zu beseitigen sind, und Fehlerquellen von oft erheblichem Betrage.

Für das electrische Verfahren kann ich die mir zugeschriebene Verantwortung — natürlich innerhalb der meinerseits innegehaltenen Grenzen und unter den von mir betonten Bedingungen — vollständig übernehmen, wie das folgende noch einmal zeigt.

Die Forderung, welche an das Verfahren zu stellen ist, beschränkt sich im wesentlichen darauf, dass *zwischen verschiedenen Widerstandsgefässen, wenn man dieselben mit verschiedenen* (in jedem Falle natürlich mit zwei gleichen) *Flüssig-*

1) Auch Hr. Wien selbst hatte eine vortreffliche Bestätigung ausgeführt. Er gibt nämlich am Schlusse seiner früheren Abhandlung (Ann. XLII, 621) eine Reihe von Messungen an verdünnten Schwefelsäuren mit dem optischen Telephon. Er findet für das spec. Gewicht 1,220 die Leitfähigkeit 691,4; in meiner Tabelle (Pogg. Ann. 159. p. 242. 1876) steht für dieselbe Concentration 691,1. Die beste Leitfähigkeit ist nach Wien 691,9 für 1,224; ich hatte abgeleitet 691,4 ebenfalls für 1,224 (l. c. p. 260). Wie vortrefflich eine solche Uebereinstimmung ist, zeigt die Ueberlegung, dass die Abweichung durch einen Unterschied der beiderseitigen Thermometer von $\frac{1}{20}$ Grad erklärt werden würde. Wien's Curvenstück fügt sich überhaupt sehr gut in meine Curve ein.

keiten füllt, immer dasselbe Verhältniss der Widerstände gefunden wird. Denn man ermittelt die Widerstandscapacität eines oder mehrerer Gefässe zunächst mit anderweitig einwurfsfrei auf ihr Leitvermögen untersuchten Flüssigkeiten und bestimmt aus dieser Capacität empirisch das Leitvermögen anderer Lösungen und die Capacität anderer Gefässe. Vorausgesetzt ist, dass eins von den verglichenen Gefässen hinreichend grosse Electroden hat, um die Polarisation auszuschliessen, was nur eine quantitative Frage ist und sich ausserdem bei der Vergleichung selbst entscheiden lässt.¹⁾

Auch das Verhalten der Drahtwiderstände gegen die Wechselströme wird bei der oben genannten Untersuchung zum grossen Theile mit erkannt. Einige besondere Beobachtungen darüber sollen aber auch mitgetheilt werden.

Endlich ist es natürlich nicht überflüssig, die Widerstandscapacitäten der Gefässe, mit denen zuerst Grottrian und ich, später ich allein und ausserdem viele Beobachter die beobachteten Widerstände in Leitungsvermögen umgerechnet haben, mit den jetzigen besseren Mitteln noch einmal zu bestimmen und auf die jetzt besser definirten Grundeinheiten zurückzuführen. Das soll Gegenstand einer anderen Mittheilung werden.

Das hier meist gebrauchte Inductorium ist von der früher angegebenen²⁾ durch Hartmann und Braun ausgeführten Form mit massivem Eisenkern, mit Platinstift-Quecksilberunterbrechung unter destillirtem Wasser mit etwa 85 Unterbrechungen in der Minute. Die Erregung wurde gewöhnlich durch einen Accumulator bewirkt. Der Platinstift ist mit dem negativen Pole verbunden. Die innere Rolle hat 5, die äussere im Ganzen 30 Ohm Widerstand.

1) Die von Hrn. Lohnstein bei electromotorischen Kräften von der Ordnung 0,00001 Volt an blanken Zinkelectroden beobachteten recht erheblichen „Uebergangswiderstände“ kommen ohne Zweifel bei unseren unvergleichlich grösseren Kräften nicht in Betracht. Zwischen aufgelockerten Electroden, denen die platinirten wohl analog sind, unterwerfen sich auch den kleinen Kräften gegenüber, wie Lohnstein zeigt, die Flüssigkeiten dem Ohm'schen Gesetz. Ich darf erwähnen, dass Nippoldt und ich schon 1869 (Pogg. Ann. 138. p. 374) für Kräfte bis 0,00001 Volt herab für Zinklösungen das Ohm'sche Gesetz prüften und bestätigt fanden.

2) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 11. p. 653. 1880.

Die „Brückenwalze“ hat einen 3 m langen Draht von 10 Ohm. Das Telephon sitzt an den Enden des Brückendrahtes. An den letzteren konnte beiderseitig der $4\frac{1}{2}$ fache oder einseitig der 9fache Widerstand vorgeschaltet werden.

Das Prüfungsmaterial, obwohl es an sich kein Interesse bietet (die Concentrationen der Lösungen sind nur genäherte Angaben), muss natürlich, um durchsichtig zu sein, theilweise in Zahlen wiedergegeben werden.

1. Die Genauigkeit der Einstellung.

Hr. Wien sagt (p. 602): „jedenfalls kommt man (mit dem Hörtelephon) nicht über eine Genauigkeit von $\frac{1}{10}$ Proc. hinaus.“ Später (p. 615) wird eine Beobachtung an Schwefelsäure mit optischem Telephon und Hörtelephon mitgetheilt, für das erstere 0,018 Proc. für das letztere 0,25 Proc. als mittlerer Einstellungsfehler gefunden. Aehnliche Ungenauigkeiten wie die letztere sind mir nun bei Tausenden von Einstellungen niemals begegnet, wenn nicht Contactfehler vorhanden waren, oder vielleicht das Inductorium dem Telephon sehr nahe gestanden hätte, oder das Minimum der Tonstärke so wenig ausgeprägt war, dass ich solche Beobachtungen nicht als einwurfsfreie ausgeben mochte. Dass irgend etwas bei den genannten Beobachtungen nicht in Ordnung war, möchte ich auch aus der Abweichung von $\frac{1}{2}$ Proc. der Mittelwerthe von Hörtelephon und optischem Telephon schliessen, besonders da, wie gesagt, Hr. Wien in seiner späteren Abhandlung äussert, dass die Abweichungen innerhalb 0,1 Proc. blieben. Es wäre wohl zweckmässig gewesen, jene frühere Beobachtungsreihe später noch einmal zu erläutern.

Wenn ich von dieser Reihe absehe, und mit Wien eine Einstellungsgenauigkeit von 0,1 Proc. annehme, so wäre dieselbe ja bei Widerständen von Electrolyten im allgemeinen ausreichend, da sie einer Aenderung der Temperatur um etwa $\frac{1}{20}$ Grad entspricht. Ich hatte aber eine grössere Genauigkeit angegeben¹⁾ und habe um dies zu prüfen, einige Beobachtungsreihen angestellt, die ich hier mittheile. Es wurden

1) F. K., Wied. Ann. 26. p. 181. 1885.

Lösungen von KH SO_4 ¹⁾ ($\frac{1}{5}$ normal) in einem kleinen und dann in einem grösseren Gefäss mit einem Stück von 100 S. E. verglichen. Dem Brückendraht der Walze war beiderseitig der $\frac{4}{5}$ fache Betrag seines Widerstandes vorgeschaltet, sodass 1 Sc. T. etwa $\frac{1}{2500}$ Aenderung des Widerstandes entsprach. Die Gefässe standen in der Luft.

Das grössere Gefäss hatte Electroden von 30 cm², das kleinere solche von 10 cm². Die Einstellungen, welche mit geschlossenen Augen ausgeführt wurden, ergaben hintereinander die Widerstände:

kleines Gefäss		grosses Gefäss		berechnet	
93,507	+ 0,012	98,251	+ 0,010	98,2520	- 0,0010
93,499	+ 0,004	98,251	+ 0,010	98,2497	+ 0,0013
93,496	+ 0,001	98,247	+ 0,006	98,2474	+ 0,0019
93,499	+ 0,004	98,247	+ 0,006	98,2451	- 0,0004
93,496	+ 0,001	98,243	+ 0,002	98,2428	+ 0,0002
93,492	- 0,003	98,240	- 0,001	98,2405	- 0,0005
93,488	- 0,007	98,236	- 0,005	98,2382	- 0,0022
93,492	- 0,003	98,236	- 0,005	98,2359	+ 0,0001
93,492	- 0,003	98,236	- 0,005	98,2336	+ 0,0024
93,488	- 0,007	98,228	- 0,013	98,2313	- 0,0033
93,495		98,241			

Die Abweichungen entsprechen einem mittleren Fehler von $\pm 0,0066$ bez. $\pm 0,0078$ Proc. Nun sieht man aber noch auf den ersten Blick, dass der grösste Theil der Abweichungen von einem Gange der Temperatur herrührt. Unter Annahme eines gleichmässigen Ganges sind für das grosse Gefäss die unter berechnet geschriebenen Werthe berechnet, welche mittlere Abweichungen von $\pm 0,0020$ Proc. (entspr. $\pm 0,05$ Sc. T. oder $\pm 0,002^\circ$) ergeben, also 50mal kleiner als $\pm 0,1$ Proc. Das Minimum ist in der That so scharf, dass nur die Grenze der mechanischen Einstellungsgenauigkeit in Betracht kommt. Auch andere Beobachter, welche ich einzustellen bat, erreichten dieselbe Genauigkeit.

Also unter günstigen Verhältnissen gibt das Hörtelephon jede irgend noch nützliche Genauigkeit.

1) Dieser Körper ist wegen der geringen Temperatureinwirkung für solche Versuche am geeignetsten (Wied. Ann. 6. p. 41. 1879).

2. Fehler von den Widerstandsrollen.

Die grösste Einschränkung der Messungen mit Wechselströmen liegt nach meiner Ansicht in den Widerstandsrollen. Es ist ein Verdienst Hrn. Wien's, dass er die hierher gehörigen Fragen, welche ich nur für die Selbstinduction zusammen mit der Polarisation in einfachem Stromkreise behandelt hatte¹⁾, im Anschluss an Entwicklungen von Oberbeck für die Brückenschaltung behandelt und dadurch die Möglichkeit gegeben hat, die Erscheinungen zu übersehen, den Betrag der Fehler zu schätzen und die Hindernisse besser zu beseitigen als früher möglich war.

Durch Unachtsamkeit können hier merkliche Fehler entstehen.²⁾ Die Selbstinduction von Rollen lässt sich durch sorgfältige Wickelung bis auf einen kleinen Betrag vermeiden und ist in besseren Rheostaten kaum vorhanden. Es ist auch zu beachten, dass der Einstellungsfehler dem Quadrate des

1) F. K., Pogg. Ann. 148. p. 149. 1872; M. Wien, Wied. Ann. 47. p. 627. 1892.

2) Wir sind übrigens von vornherein vorsichtig und einwurfsfrei zu Werke gegangen. Bei den ersten Arbeiten, die ich zunächst mit Grottrian, später allein ausgeführt habe, sind immer geradlinig alternirend gespannte Rheostatendrähte gebraucht worden und zwar wurden die Gefässe so gewählt, dass Widerstände von etwa 50 bis 1000 Ohm zur Messung kamen. Später überzeugte ich mich davon, dass Siemens'sche Rheostatendrähte inductionsfrei gewickelt waren und benutzte auch diese oder selbstgewickelte Rollen. Aber über Rollen von etwa 2000 Ohm konnte man in der Regel nicht hinübergehen, ohne dass das Ton-Minimum seine Präcision empfindlich einbüsste. Für die Messung sehr grosser Widerstände wie am Wasser und an Lösungen von $1/10000$ Molecül war das freilich unbequem. Man bemerkte dann bald, dass es die mit der Drahtlänge wachsende Capacität war, welche störte, wie man schon daraus schliessen konnte, dass sorgfältig bifilar gewundene Rollen oft ungünstiger wirkten als regellos bifilar aufgelaufene Drähte.

Aus Neugier habe ich oft auch grössere Widerstände als 2000 (4000 bis 10000, die letzteren aus 4 Stücken zusammengefügt) eingeschaltet. Zuweilen findet man auch hier das Minimum ganz gut, offenbar durch Compensation der Rollencapacität durch diejenige der Flüssigkeitszellen (§ 6, b). Aber auch wenn es schlecht war, ergab die Einstellung mitten zwischen benachbarten Punkten gleicher Tonstärke stets Widerstände, welche innerhalb 1 Proc. übereinstimmten. Da dies für die betreffenden Messungen am Wasser und an den verdünntesten Lösungen genügte, so reichten also die Mittel für meine Zwecke vollkommen aus.

Quotienten aus Selbstinduction durch Widerstand proportional ist (Wien p. 627), sodass auch für grosse Rollen keine Fehlerquelle von Belang vorliegt.

Anders mit der Capacität. Diese kommt in dem Fehler mit dem Widerstande multiplicirt vor. Da sie ausserdem selbst *cet. par.* der Drahtlänge proportional ist und ferner bei bifilarer Wickelung den grössten Betrag erreicht, so folgt, dass dieser Fehler mit wachsendem Widerstande der bifilaren Rheostatenrollen immer wachsen muss, dass also grosse Rollen unbrauchbar sein müssen. Ich habe schon früher festgestellt, dass Siemens'sche Rheostatenrollen in der Regel höchstens bis zu etwa 2000 Ohm anwendbar waren, wenn man ein anständiges Minimum haben will (vgl. die Anm.). Solange das letztere aber noch besteht, findet man Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungen mit verschiedenen Rollen. Wien hat gezeigt, dass dies mit der Theorie stimmt. Das Minimum wird durch die Obertöne, wenn man die noch zulässigen Beträge von Selbstinduction oder Capacität überschreitet, so rasch verwaschen, dass man bei Messungen von selbst an der Ueberschreitung gehindert wird.

Die Hrn. Bouty und Foussereau fanden mit Rollen von 100000 Ohm Fehler von 20 Proc. Nun ja, 100000 Ohm bilden eben einen Betrag, der durch die Capacität einer bifilar gewundenen Rolle das Zulässige weit übersteigt. Man kann kaum umhin, mit Hrn. Elsas zu fragen, wie eine Einstellung denn noch möglich war? Ich konnte mit einer 100000 Ohm-Rolle von Siemens und Halske durchaus nicht mehr beobachten. Wenn die Hrn. Bouty und Foussereau weiter sagten, dass dies „eine Fehlerquelle ist, mit welcher die Physiker, welche die Methode der Wechselströme angewandt haben, sich nicht genügend vorher beschäftigt zu haben scheinen“, so erklärt sich dies, soweit meine Person in Frage kommt, wohl daraus, dass mein ausführlicherer Aufsatz (über verdünnte Lösungen) erst etwa gleichzeitig mit dem ihrigen erschienen ist. Vielleicht hätten die Verfasser den Physikern eine solche Unaufmerksamkeit gar nicht zutrauen sollen.

Ich constatire noch, dass Hr. Chaperon¹⁾ als Grenze

1) Chaperon, *Compt. rend.* 108. p. 799. 1889 I.

von für Wechselströme brauchbaren gewöhnlichen Rheostatenwiderständen ebenfalls 2000 bis 5000 Ohm nennt.

Als experimenteller Beleg für meinen Siemens'schen Rheostaten dienen folgende Vergleichen. Die Abweichungen geben in Procenten den Ueberschuss des mit dem Telephon über das mit dem Galvanometer gefundene Widerstandsverhältniss.

Das Minimum war bei den grossen Widerständen von 1000 an schlecht, bei dem letzten sehr schlecht; man nahm die Mitte zwischen Punkten gleicher Tonstärke.

Stücke:	$\frac{\Sigma 0,1 \text{ bis } 0,4}{1}$	$\frac{1+3}{4}$	$\frac{\Sigma 1 \text{ bis } 4}{10}$	$\frac{10+30}{40}$	$\frac{\Sigma 10 \text{ bis } 40}{100}$
Abweich.:	- 0,1	- 0,02	+ 0,020	+ 0,012	- 0,001 %
Stücke:	$\frac{100+300}{400}$	$\frac{\Sigma 100 \text{ bis } 400}{1000}$	$\frac{1000+\Sigma 100 \text{ bis } 400}{2000}$		
Abweich.:	- 0,002	+ 0,016	+ 0,08 %		
Stücke:	$\frac{1000+2000}{3000}$		$\frac{1000+3000}{4000}$		
Abweich.:	+ 0,12		+ 0,33 %		

Wegen etwaiger Bedenken über die Selbstinduction in dem aufgewundenen Brückendraht theile ich noch Vergleichen von Stücken mit, die nahe im Verhältniss 10:1 standen. Die Vergleichen wurden theilweise mit Vorschaltung des 9fachen Widerstandes des Brückendrahtes, theilweise ohne dieses Mittel der Genauigkeitsvermehrung gemacht. Die Abweichungen geben wie oben in Proc. den Ueberschuss des mit dem Telephon über das mit constantem Strom gefundene Verhältniss.

40	100	200	400	1000	2000	4000
4	10	20	40	100	200	400
+ 0,03	±	+ 0,02	+ 0,04	+ 0,02	- 0,24	+ 0,4 %
Ohne Vorschaltung:	+ 0,14	+ 0,09	+ 0,11	- 0,07	- 0,5 %	

Bis zu 1000 hinauf kann ich also diesen Siemens'schen Rheostaten mit gleichem Erfolg mittels Wechselströme wie mittels constanter Ströme calibriren. Oberhalb 1000 kommen Fehler, die schliesslich auf 0,5 Proc. steigen, sich aber auch durch ein äusserst schlechtes Minimum anzeigen.

Alternirend gewickelte Widerstände nach Chaperon. Erst durch die Bemerkung von Elsas bin ich mit der von Chaperon (l. c.) vorgeschlagenen Anordnung grosser Widerstände bekannt geworden, welche die grosse Capacität derselben durch

ein einfaches Mittel beseitigt, ohne die Inductionslosigkeit damit zu beeinträchtigen; nämlich dadurch, dass unifilar gewickelt aber nach jeder Lage die Richtung des Wickelns umgekehrt wird. Das ist in der That ein vorzügliches Mittel, durch welches mindestens Widerstandsrollen von 30000 Ohm noch für Wechselströme geeignet erhalten werden können.

Da die Capacität auch bei kurz dauerndem „constantem“ Strom stört oder Fehler gibt, so sollten alle grossen Widerstände von 1000 an in der Chaperon'schen Weise gewickelt sein. Die Wickelung ist aber, wenn man nicht mit Maschine arbeitet, mühsam. Man wird leichter so arbeiten, dass man wie früher die einzelnen Lagen bifilar wickelt, wodurch man des lästigen Zählens überhoben wird, sie aber durch Löthen derart miteinander verbindet, dass die Chaperon'sche Anordnung entsteht.

Stücke von etwa 1000, 13000 und 30000 Ohm, nach Chaperon gewickelt, liessen sich telephonisch mit einem ganz brauchbaren Minimum untereinander vergleichen und ihre so gefundenen Verhältnisse stimmten mit den galvanometrisch ermittelten innerhalb 0,15 Proc. Abweichung überein.

Chaperon selbst fand ebenfalls bei Stücken von 25000 Ohm, welche mit einer Maschine gewickelt waren, noch ein tadelloses Minimum.

Hierin liegt ein sehr grosser praktischer Fortschritt.

Es mag aber, wie auch Elsas erwähnt, darauf hingewiesen werden, dass man einen ähnlichen Vortheil erreicht, wenn man grosse Widerstände aus einzelnen kleineren Rollen zusammensetzt. Fünf hintereinander geschaltete, bifilar gewöhnlich gewickelte Tausender gaben ein brauchbares Minimum und gute Uebereinstimmung des Resultats mit dem aus den einzelnen Rollen abgeleiteten, während ein Stück von 5000 für das Telephon fast unbrauchbar war. Elsas hält die kleineren Rollen, die er hintereinander schaltete, für sorgfältiger gewickelt als die grossen. Es ist aber offenbar die geringere Capacität bei der Hinterschaltung, die hier wirksam ist (vgl. auch § 8).

3. Polarisation.

Die aus der Polarisation erwachsenden Schwierigkeiten sind nicht erheblich. Da vielfach gerade nach dieser Seite

Einwände erhoben worden sind, so habe ich derselben besondere Aufmerksamkeit zugewandt. Es wird sich zeigen, dass Fehler, welche hieraus entspringen könnten, mit noch einfacheren Mitteln vermieden werden, als ich früher angenommen hatte.

Der relative Einstellungsfehler an der Brücke wächst nach Wien mit dem Quadrat der Polarisationsconstante und dem reciproken Quadrat der Widerstände, ähnlich, wie ich für unverzweigte Leitung früher gefunden hatte. Es ist also von vornherein ausgeschlossen, mit gegebenen Electroden beliebig kleine electrolytische Widerstände messen zu wollen. Das letztere verbietet sich aber auch schon deswegen, weil die Zuleitungswiderstände, welche aus leicht biegsamen Drähten, aus den Platinstielen der Electroden und den Blechen selbst bestehen, im allgemeinen eine Grösse von mindestens einigen Hunderteln Ohm haben werden, welche noch dazu nicht immer genau zu ermitteln ist.

Unter 10 Ohm herunterzugehen wird sich also schon aus diesem Grunde bei genaueren Messungen nicht empfehlen.

Ich werde im Folgenden zeigen, dass platinirte Electroden von etwa 30 cm² unter diesen Umständen immer ausreichen, dass für grössere Widerstände (50 Ohm) aber auch 10 cm² genügen, ja dass auch blanke Electroden für manche Zwecke brauchbar sind.

Die zu stellende Frage ist: geben zwei Widerstandsgefässe immer dasselbe Widerstandsverhältniss zweier untereinander gleicher Füllungen, wenn man verschiedene Flüssigkeiten einfüllt? Die Frage nach dem Ausschluss der Polarisation lässt sich entscheiden entweder dadurch, dass man Gefässe von ungleicher Widerstandscapacität oder dass man Electroden von verschiedener Grösse nimmt.

3a. Platinirte Electroden von 35 cm² in sehr verschiedenen Gefässen. Die durch Röhren verbundenen Electrodengefässe sind 4 cm weit. Die Röhre von *A* ist 25 cm lang und 5½ mm weit, diejenige von *B* 15 cm lang und 2 cm weit. Mit Quecksilber gefüllt würde *B* nahe 0,0005 S. E., *A* den 22mal grösseren Werth 0,011 S. E. darstellen.

Jede von den vier Electroden besteht aus einem dem Gefäss conform cylindrisch gebogenen Platinblech von 6½ cm

Höhe und $4\frac{1}{2}$ cm Breite, oben und unten durch Kreissegmente versteift.¹⁾

Die beiden Gefässe wurden in der Brücke sowohl direct miteinander als mit den Brückenwiderständen 1, 10, 100, 1000 S. E. verglichen, wobei sie Widerstände von 8 bis 300000 S. E. zeigten. Mit den ersten drei Lösungen standen sie gemeinsam im Bade von destillirtem Wasser. $MgSO_4$ -Lösung, die in dem Gefässe A 2700 S. E. hatte, gab im Bade schon ein schlechtes Minimum (vgl. § 7) und wurde daher ausserdem in einem geschlossenen Kasten mit Luft gemessen, ebenso wie die letzten drei Lösungen.

Die Zuleitungswiderstände betrugen: zu A 0,035, zu B 0,030 S. E. Dieselben sind in der vorletzten Spalte abgerechnet.

Zur Vermehrung der Genauigkeit war für die directe Vergleichung immer, für die Vergleichung mit den Rheostatenwiderständen natürlich nur theilweise an den Brückendraht ein neunmal grösserer Widerstand angeschaltet.

	Widerstand		$\frac{W_A}{W_B}$	Widerstands- verhältniss $\frac{W_A}{W_B}$		Ab- weichung vom Mittel in Procent
	in A	in B		direct beob.	corr. weg. Zuleitung	
	S. E.	S. E.				
HCl max.	171,45	7,591	22,586	22,597	22,683	+ 0,02%
H ₂ SO ₄ max.	177,02	7,822	22,631	22,602	22,686	+ 0,03%
NaCl gesätt.	611,78	26,987	22,669	22,655	22,679	±
MgSO ₄ max.	2721,3	120,16	22,647	22,569	—	—
				trocken: 22,703	22,708	+ 0,13%
KHSO ₄ $\frac{1}{50}$ norm.	18480	815,27	22,667	22,666	22,667	- 0,05%
KCl $\frac{1}{100}$ norm.	100210	4442,6	22,556	22,652	22,652	- 0,12%
Leitungswasser	337400	14950	22,57	22,56	(22,56)	
					22,679	

Wie man sieht, stimmen erstens die Verhältnisse W_A/W_B der 4. Spalte, welche durch Vergleichung mit den Rheostatenwiderständen der Brücke erhalten worden sind, mit den durch directe Vergleichung der beiden Gefässe erhaltenen

1) Es ist das die seit der Arbeit mit Grottrian von mir meistens gebrauchte Electrode. In der ersten Mittheilung steht irrthümlich 25 statt 35 cm². (Pogg. Ann. 154. p. 5. 1875).

Verhältnissen der 5. Spalte so gut überein, wie das bei diesen Beobachtungen erwartet werden darf. Die wegen der Zuleitungswiderstände corrigirten Zahlen der vorletzten Spalte, auf welche es hauptsächlich ankommt, zeigen in den ersten Versuchen kaum eine Abweichung von einander. Nachher, als bei den grossen Widerständen die Gefässe, wegen der Ladungserscheinungen im Bade, in Luft beobachtet werden mussten, kommen keine Abweichungen vor, die nicht durch $\frac{1}{30}^{\circ}$ Temperaturunterschied erklärt werden könnten. Ein solcher ist nicht ausgeschlossen.

Der letzte Werth mit 337 000 S. E. ist nicht als gleichwerthig anzusehen, da hier das Minimum der Einstellung recht undeutlich wurde (vgl. § 6).

Also kann man die 35 cm^2 grossen platinirten Electroden mindestens bis zu 8 Ohm abwärts bei unseren Wechselströmen für polarisationsfrei erklären.

Das Ergebnis übertrifft sogar meine Erwartungen. Unbedenklich spreche ich hiernach jedermann die Berechtigung ab, in der Polarisation ein Hinderniss genauer Widerstandsbestimmung mit Wechselströmen zu suchen.

3b. Kleine platinirte Electroden von 10 cm^2 . Das vorige Doppelgefäss *B* wurde mit einem kleinen *a* von nur 10 cm^2 Electrodenfläche in demselben Bade stehend verglichen, wegen der etwaigen Erwärmung von *a* unter kurz dauerndem Stromschluss. Die Zuleitungswiderstände betrugen 0,037 bez. 0,062 S. E. Die diesbezügliche Correction kann aus dem genähert angegebenen Widerstande in *a* controllirt werden.

Füllung		W_a	W_a / W_B	
			gefund.	corrigirt
K H S O ₄	20 Proc. ca.	16 S E	0,7944	0,7928
"	10 " "	27 " "	0,7986	0,7926
"	3 " "	77 " "	0,7921	0,7918
"	0,7 " "	255 " "	0,7920	0,7919

Hier spricht sich ein die Versuchsfehler wohl etwas übersteigender Gang in dem Sinne aus, dass für die kleinen Widerstände an den kleinen Electroden ein merklicher Einfluss der Polarisation vorhanden war. Der Fehler bleibt aber kleiner als 0,13 Proc.

Weiter verglich man dasselbe grössere Gefäss *B* mit einem anderen kleinen *b* von 10 cm^2 grossen Electroden. Die Capa-

citäten von B und b waren so wenig verschieden, dass man die Genauigkeit der Einstellung durch beiderseitiges Anschalten des 4,5 fachen Widerstandes an den Brückendraht verzehnfachen konnte. Die Zuleitungswiderstände betrugen 0,021 bez. 0,066 : S. E. Das Minimum war bei den mittleren Widerständen gut, bei den kleinsten mässig gut, bei den grössten sehr mässig.

Füllung	W_B	W_b / W_B	
		gefunden	corrigirt.
KHSO ₄ doppelt normal	17,7 S. E.	0,9543	0,9517
„ halb „	53,5 „	0,9524	0,9515
„ zehntel „	212 „	0,9518	0,9515
„ fünfzigstel „	816 „	0,9513	0,9513

Die Abweichungen bleiben unter $\frac{1}{30}$ Proc.

Die platinirten Electroden von 10 cm^2 sind also für mässig grosse Widerstände (sicher von 50 Ohm aufwärts) als polarisationsfrei zu benutzen. Meine frühere Befürchtung, dass die Fehler 1 Proc. betragen könnten, war übertrieben.

3c. Blanke oder schwach platinirte Electroden. Blanke Electroden wird man ohne Noth nicht anwenden. Auch sie geben aber noch für manche Zwecke brauchbare Resultate.

Ich will voranschicken, dass ich gelegentlich an kleinen Gefässen, die für sehr schlecht leitende Flüssigkeiten bestimmt waren, in dem Zustande, in welchem dieselben aus der Glaswerkstätte kamen, ein ganz unbrauchbares Minimum fand. Reinigen der Platinelectroden mit Alkohol und concentrirter Schwefelsäure beseitigte diesen Uebelstand grösstentheils.

Gefäss B wurde mit platinirten, ein anderes C mit neuen, noch blanken Electroden versehen; alle Electroden hatten 35 cm^2 . Die Anordnung der Versuche ist wie in 3a.

	Widerstand		$\frac{W_C}{W_B}$	Verhältniss W_C / W_B		Abweichung von 0,4565 in Procent
	in B	in C		direct	corr. weg. Zuleitung	
KHSO ₄ dopp. norm.	S. E.	S. E.	—	0,4626	0,4617	+ 1,1 %
KCl gesätt.	ca. 18	ca. 8	—	0,4621	0,4612	+ 1,0 %
KHSO ₄ halbnorm.	19,258	8,870	0,4606	0,4582	0,4579	+ 0,2 %
KHSO ₄ $\frac{1}{50}$ norm.	55,51	25,422	0,4580	0,4569	0,4569	+ 0,09 %
Electroden dünn platinirt:	869,8	397,10	0,4566			
KHSO ₄ dopp. norm.	18,199	8,330	0,4577	0,4582	0,4572	+ 0,15 %
KHSO ₄ halbnorm.	55,26	25,235	0,4566	0,4568	0,4565	±

Hier ist deutlich zu sehen, dass die kleinen Widerstände von etwa 8 Ohm zwischen den blanken Electroden zu gross gefunden wurden. Der Fehler beträgt etwa 1 Proc. Für 25 Ohm ist er bereits auf etwa $\frac{1}{3}$ Proc. gesunken. Das Minimum erschien aber auch für den kleinen Widerstand miserabel, für den mittleren immer noch schlecht genug, während es für den grösseren ziemlich gut war.

Dem entsprechend setzt die nachher erfolgte Platinirung den kleinen Widerstand um fast 1 Proc. herunter.

Es ist aber zu beachten, dass die dünne, mit einem Strom in saurer Platinchloridlösung ausgeführte Platinirung nicht ausgereicht hat, den Einfluss der Polarisisation bei dem kleinen Widerstände ganz zu beseitigen. Man bekommt für die bestleitende Füllung immer noch einen 0,15 Proc. zu grossen Werth. Die Electroden waren hier schwarz aber noch glänzend. Das Minimum war bei 25 Ohm tadellos scharf, bei 8 Ohm nicht vollkommen, aber immer noch recht gut.

Dieselben Electroden lieferten, später, gründlich platinirt, die Reihe von 3a, bei welcher kein Einfluss der Polarisisation merklich war.

Man soll also das Platiniren bis zu mattem Aussehen fortsetzen. Es gelingt hierbei nicht immer, ein tiefes Schwarz zu erzielen, sondern oft nur ein Grau. Das ist nach meinen Erfahrungen nicht nachtheilig.

Verschiedene Inductorien und Telephone. In der gesättigten KCl-Lösung, wo zwischen den blanken Electroden die Polarisisation noch deutlich auftritt, habe ich noch versucht, ob in einem solchen Falle das angewandte Inductorium oder Telephon den Ort des Minimums beeinflusst. Sieben verschiedene Inductorien von etwa 60 bis 140 Unterbrechungen in 1 Sec., und zwar theilweise zwischen Platin und Quecksilber in Luft sowohl wie unter Wasser, theilweise zwischen Platin und Platin, auch mit Abänderung der Stromerreger, und ebenso viele Telephone unterschiedlicher Construction von 3 bis 60 Ohm Widerstand gaben nur Schwankungen von W_C / W_B zwischen 0,460 und 0,463. Bei dem schlecht ausgeprägten Minimum muss ich unentschieden lassen, ob die Unterschiede wirklich vorhanden waren, oder nur in der Unsicherheit der Einstellung lagen.

Kleine blanke Electroden. 1. Das Gefäss *a* (§ 3b) mit 10 cm² grossen Electroden war vor dem Platiniren, mit einem Füllungswiderstand von etwa 15 Ohm, mit *B* verglichen worden. Das Verhältniss hatte sich $a/B = 0,801$ statt des richtigen 0,792 ergeben, also um 1,1 Proc. zu gross.

2. In Gefäss *B* wurden neben den grossen platinirten Electroden kleinere blanke von 10 cm² angebracht und der Widerstand abwechselnd zwischen beiden Paaren gemessen. Das gefundene Verhältniss glatt/platinirt war für den

Widerstand	7,3	24,3	50	200	750	Ohm
gl. / plät.	= 1,035	1,016	1,0070	1,0052	1,0053	"
Fehler	= + 3 Proc.	+ 1,1 Proc.	+ 0,2 Proc.	0	0	"

also für 50 Ohm schon beinahe der richtige Werth. Bei 50 Ohm war das Minimum zwischen den glatten Electroden noch schlecht, bei 7,3 kaum brauchbar.

3. Ein Fläschchen mit zwei einander nahe stehenden Electroden von je 9 cm² gab bei gleicher Temperatur mit einem vor der Platinirung sehr schlechten Minimum:

	Füllung	Blank	Platinirt
K Cl	0,05 normal	24,97 Ohm	24,74 Ohm
"	0,02 "	59,99 "	59,97 "
"	0,01 "	116,8 "	116,2 "

Nach den obigen Resultaten ist zu schätzen, dass zwischen blanken Platinelectroden der Fehler, um welchen der Widerstand einer Flüssigkeit zu gross gefunden wird, unter 1 Proc. bleibt, wenn das Product aus Widerstand und Electrodenfläche nicht unter etwa 250 Ohm cm² sinkt. Es bleibt also auch für solche Electroden immerhin noch ein Gebiet der Anwendbarkeit übrig.

Erlaubt man sich, diese Schätzung auch auf die Metallplatten galvanischer Elemente anzuwenden, so würde für Daniell-Elemente etc. gewöhnlicher Form die Widerstandsbestimmung mit Wechselstrom und Telephon einigen Procenten Fehler unterliegen. Da die Polarisation an dem Kupfer und Zink wohl kleiner ist, als an Platin, so wird der wirkliche Fehler vermuthlich kleiner sein.

Man darf aber diese Resultate nicht etwa auf den Sinus-inductor mit einer Umdrehungszahl 85/Sec. übertragen. Für die 7,3 Ohm unter Nr. 2 bekommt man da 25 Proc. Fehler. Die discontinuirlichen Ströme des Unterbrechungsinductoriums wirken eben nicht wie ein Sinusstrom gleicher Periode. Nach

der Correctionsformel von Wien müsste man die Schwingungszahl des Sinusstromes auf etwa 250 steigern, um den Fehler bis auf 3 Proc. zu reduciren wie bei dem Inductorium.

4. Zusammenwirken von Polarisation und Rheostatenfehlern.

Zur Sicherheit habe ich auch hierüber einige Versuche ausgeführt. Mit einem gewöhnlich bifilar gewundenen Stück von 1000 S. E. und einem nach Chaperon (p. 233) hergestellten Stück von 1092,2 S. E. wurden Gefässe von verschiedenen Electroden verglichen.

Electrodenfläche	Füllung	Aus der Vergleichung	
		mit 1000	mit Ch.
10 cm ² platinirt	KHSO ₄ 0,01 normal	1947,6 S. E.	1948,4 S. E.
10 cm ² „	KHSO ₄ 0,01 „	1170,2 „	1170,4 „
30 cm ² „	KHSO ₄ 0,01 „	894,66 „	894,98 „
10 cm ² glatt	„Wasser“	18 315 „	18 312 „

Die Abweichungen bleiben unter $\frac{1}{20}$ Proc. Das Minimum war bei den Vergleichungen mit 1000 mässig, mit Ch. gut.

5. Vergleichung von Bestimmungen mit dem Inductionsapparate und dem Sinusinductor, dem Dynamometer und dem Telephon.

Die Gefässe *A* und *B* von § 3a wurden mit diesen verschiedenen Combinationen bestimmt. Nur Sinusinductor und Telephon waren nicht zusammen zu verwenden wegen der bekannten Unempfindlichkeit des Telephons für die matten Töne. Der Sinusinductor hatte etwa 80 Drehungen pro Secunde.

Man fand, bei Füllung mit gesättigter NaCl-Lösung, also mit Widerständen von etwa 580 und 25 Ohm, das Verhältniss *A/B*

		corrigirt
mit Sinusinductor und Dynamometer	22,652	22,676
„ Inductionsapparat und Dynamometer	22,669	22,693
„ „ „ Telephon	22,675	22,699
		<hr/> 22,689

Aus den früheren Beobachtungsreihen war abgeleitet 22,679.

Die Abweichungen blieben also innerhalb 0,1 Proc.

Auch die Stücke 1, 10, 100, 1000 zweier Rheostaten, galvanometrisch, telephonisch und dynamometrisch miteinander verglichen, gaben innerhalb der Ablesefehler gut übereinstimmende Verhältnisse.

6. Sehr grosse Widerstände.

Dass an grossen Flüssigkeitswiderständen (von 100 000 Ohm) noch mit gutem Erfolg beobachtet werden kann, habe ich früher gezeigt¹⁾ und es folgt noch einmal aus der Tabelle zu 3a. Das reinste Wasser, in Gefässen von geeigneter Capacität untersucht, führt nun auf Widerstände von dieser Ordnung. Genauigkeit von 1 Proc. dürfte hier ausreichen, sodass also für die Untersuchung wässriger Lösungen alles erforderliche vorliegen würde.

Wenn die Hrn. Bouty und Foussereau (l. c.) hier grosse Schwierigkeiten fanden und die Messung mit Wechselströmen sogar „complètement illusoire“ nannten, so wird das vermuthlich darauf hinauskommen, dass ihre Widerstände, deren Betrag sie nicht angeben, noch viel grösser waren. Andernfalls ist nicht zu verstehen, dass „die Auslöschung des Tones auf einer beträchtlichen Strecke des Rheostaten stattfand“. Die Tonstärke lässt bei 100 000 Ohm und bei geeigneter Anordnung gar nichts zu wünschen.

Einige Bemerkungen über derartige Widerstände und über die Möglichkeit, noch weiter hinaufzugehen, mögen aber noch folgen.

a) *Fernwirkung des Inductoriums.* So möchte ich noch einmal auf eine hier zu beachtende Vorsichtsmaassregel hinweisen. Ein Inductorium gebräuchlicher Form wirkt auf ein Telephon noch aus beträchtlichem Abstände magnetisirend²⁾, das meinige, bei Erregung durch einen Accumulator, aus 1 m Abstand ganz kräftig, aus $1\frac{1}{2}$ m noch gerade merklich, aus $\frac{1}{2}$ m so stark, dass man den dritten Oberton noch deutlich hörte, wenn man das Telephon ohne Schluss der Leitungsdrähte in die Richtung der Kraftlinien hält. Contact der Drähte vermindert die Tonstärke. Senkrecht zu den Kraftlinien bleibt der Ton natürlich aus.³⁾

Bei der Messung grosser Widerstände ist nun erstens der Beobachtungsstrom im Telephon schwach. Weiter ist die

1) F. K., Wied. Ann. 26. p. 186. 1885.

2) Leonh. Weber, Wied. Ann. 8. p. 519. 1879.

3) Die Lage der Kraftlinien um einen Electromagnet lässt sich so mit beachtenswerther Annäherung bestimmen, was unter Umständen nützlich sein kann.

telephonische Fernwirkung des Inductoriums um so kräftiger, je weniger secundären Strom es selbst entwickelt, sodass die Störung mit der Grösse der eingeschalteten Widerstände unverhältnissmässig stark wachsen wird. Diese Störung ist aber nicht etwa harmlos in der Weise, dass sie den zur Einstellung dienenden Ton einfach überlagerte, sondern die Fernwirkung auf das Telephon vermischt sich mit dem Einstellungs-
ton in verwickelter Weise.

Nämlich, wenn ein Minimum im mathematischen Sinne auch für die *Tonstärke* im Telephon existirt, insofern diese dem Quadrate der Stromamplitude proportional ist, so gilt dies nicht für die *Stromschwingungen* selbst, welche vielmehr bei dem Passiren der Minimumstellung durch Null gehen. Ihre Phase schlägt dabei um. Eine gleichzeitige andere Anregung des Telephons von der gleichen Periode muss also ähnliche Wirkungen haben, wie die Störungen der Capacität, Selbst-induction oder Polarisation in einem Brückenzweige.

Die Beobachtung bestätigt dies. Das Telephon, in mässigem Abstand (60 cm) vom Inductionsapparate gehalten, zeigt die Güte des Minimums von seiner Richtung abhängig. Das letztere wird im allgemeinen schlechter, kann aber bei einer geneigten Stellung gegen die Kraftlinien auch einmal etwas besser werden, was begreiflich ist. Denjenigen Beobachtern, welche anfangs vielleicht nicht an die Fernwirkung des Inductoriums gedacht haben, kann es zur Beruhigung dienen, dass auch hier der Ort des Minimums durch die erstere weniger beeinflusst wird, als seine Güte.

Bei kleinen zu messenden Widerständen kommen die Störungen wenig zur Wirkung, *bei grossen aber achte man darauf, dass das Inductorium hinreichend weit (mindestens 1 m) von der Brücke aufgestellt sei.* Ich stelle, um zugleich Induction von dem Apparat auf den Brückendraht auszuschliessen, die *Axe des Inductoriums senkrecht zu derjenigen der Brückenwaage.* Ausserdem halte man das Telephon senkrecht zu den Kraftlinien des Inductionsapparates.

Abgesehen hiervon aber und abgesehen von der Capacität grosser Widerstandsrollen (§ 2) sind bei grossen Widerständen Störungen vorhanden, welche man wohl auf die folgenden Ursachen zurückzuführen hat.

b) *Capacität der Flüssigkeitswiderstände.* Die electrostatische Capacität c der Flüssigkeitszelle, als Condensator zwischen den Electroden betrachtet, kann für eine Flüssigkeit von grosser Dielectricitätsconstante K nahe proportional K/γ gesetzt werden, wenn γ die Widerstandscapacität der Zelle bezeichnet. Der Widerstand w der gefüllten Zelle ist gleich $\gamma \cdot s$, wenn s den specifischen Widerstand der Flüssigkeit bedeutet.

Setzen wir mit Wien die störende Wirkung der Capacität bei dem Wechselstrom proportional $c^2 \cdot w^2$ und führen für c und w die obigen Beziehungen ein, so wird die störende Wirkung also proportional

$$K^2 \cdot s^2.$$

Dieselbe muss also mit wachsendem specifischen Widerstand immer zunehmen und macht sich in der That bei reinem Wasser wegen dessen, durch Cohn und Arons nachgewiesener hoher Dielectricitätsconstante durch Undeutlichwerden des Minimums recht merklich.

Man kann den Einfluss durch einen neben den metallischen Vergleichswiderstand geschalteten Condensator (§ 8) grösstentheils compensiren. Nothwendig ist dies jedoch bei dem praktisch vorkommenden Wasser noch nicht, insofern Einstellen auf den Punkt geringster Tonstärke eine Sicherheit auf 1 Proc. gewährt und grössere Genauigkeit hier wegen der Veränderlichkeit des Leitvermögens kaum einen Werth hat.

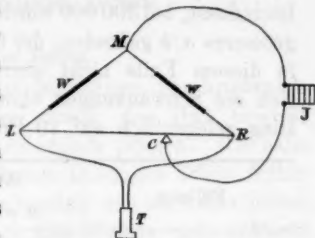
c) *Statische Ladungen der Brücke.* Durch Unsymmetrie des Inductoriums oder der Leitungen, wohl auch durch Influenz der primären auf die secundäre Rolle des Inductoriums, entstehen mehr oder weniger unregelmässige Ladungen der Brücke. Man kann dieselben an der Brückenwalze beobachten, wenn man dieselbe nur mit dem Inductorium verbindet, die Drahtenden der Walze nicht geschlossen. Ein Telephon werde mit dem einen Ende nach der Erde abgeleitet. Man stellt sich in die Nähe der Brücke und hält das Telephon ans Ohr, während man abwechselnd den anderen Zuleitungsdraht frei lässt und mit der anderen Hand berührt. Im letzteren Zustande tönt das Telephon, zuweilen sehr laut, offenbar von den auf dem eigenen Körper influenzirten Ladungen, die durch das Telephon zu- und abfliessen.

Bei der Verbindung des Telephons mit der Brücke selbst fliesst nun ein Theil der Ladung der Brücke durch das Telephon (vgl. auch § 9). Bei kleinen zu messenden Widerständen sind die „zufälligen Ladungen“ wohl minder stark und finden ihre Ausgleichung bez. ihren Abfluss auf bequemerem Wege, als durch das Telephon. Bei grossen aber (sagen wir von der Ordnung 100 000 Ohm und mehr) fliesst ein Theil durch das Telephon und verursacht ein unregelmässiges rauhes Geräusch, bald mehr, bald weniger stark, durch Commutiren der Pole des Inductoriums beeinflusst, zuweilen ohne ersichtlichen Grund rasch wechselnd, bei sehr grossen Widerständen (10^6) das Minimum unter Umständen ganz unkenntlich machend.

Die Störung lässt sich nun stark vermindern dadurch, dass man einzelne, durch Probiren zu ermittelnde Punkte der Leitung mit der Erde verbindet. Elsas machte schon die Bemerkung, dass es für die Güte des Minimums einen Unterschied bringt, wenn man die Flüssigkeit mit dem inneren oder dem äusseren Ende seines Inductors verbindet und dass man durch die Ableitung der geeigneten Endklemme des Inductors eine Verbesserung des Minimums erhält (l. c. p. 673).

W sei der grosse Widerstand. Man versucht z. B., ob Erdleitung an L , M , R oder C genügend verbessert. Im allgemeinen hilft C , oder auch, wenn w wie gewöhnlich klein ist, R am besten, während L oder M häufig das Geräusch noch vermehren. Es kann aber auch anders sein.

Ich bringe wohl ein schmales Pinselchen, das Ende eines feinen Kupferdrahtkabels, an den Messdraht der Brückenwalze, an welchem man meistens eine Gegend findet, in welcher die Ableitung das Minimum für eine genaue Einstellung genügend verbessert. Verlegt man die Erdleitung von hier aus längs des Messdrahtes, so ändert sich neben der Verschlechterung des Minimums auch der Ort desselben ein wenig, und zwar in meinem Falle nach der Seite, nach welcher die Erdleitung verschoben wurde. Die Verschiebung konnte einer relativen



Änderung des berechneten Widerstandes innerhalb etwa 1 Proc. entsprechen.

Mit dem obigen Kunstgriff liess sich bei Widerständen bis zu 10^6 Ohm noch leidlich einstellen, während sonst von etwa 100 000 an schon erhebliche Störungen merklich werden konnten und für 10^6 zuweilen von einem Tonminimum kaum noch die Rede war.

Als Proben dienen die folgenden Vergleichen des kleinen Doppelgefässes *a* (p. 237) mit einem kleinen einfachen Gefäss *b* von etwa 36mal kleinerer Capacität mit Electroden von 10 cm^2 in etwa $1\frac{1}{2}$ cm Abstände im Petroleumbade.

Man leitete immer denjenigen Punkt ab, welcher das bestausgeprägte Minimum zeigte. Bis zu 100 000 hinauf wurde der Ort des Minimums durch die Erdleitung überhaupt kaum beeinflusst, bei 300 000 wurde ohne Ableitung ein etwa $1\frac{1}{2}$ Proc. grösseres *a/b* gefunden; der Ort geringster Tonstärke schwankte in diesem Falle nicht unerheblich. Bei 1 500 000 steigerten sich die Schwankungen ohne Erdleitung und die Abweichung stieg gelegentlich auf 10 Proc.

Füllung	Widerstand		$\frac{W_a}{W_b}$	$\frac{W_a}{W_b}$ direct
	in <i>a</i>	in <i>b</i>		
K Cl m = 0,005 ca.	S. E. 8346	S. E. 233,7	35,71	35,68
KH SO ₄ = 0,001 „	11598	324,9	35,70	35,73
K Cl = 0,0004 „	98430	2764	35,61	35,71
K Cl = 0,0001 „	312100	8833	35,33	35,42
Destillirtes Wasser	1558000	45300	34,4	34,3

Die letzten Zahlen für destillirtes Wasser ($k = 3 \cdot 10^{-10}$) sind Mittelzahlen von verschiedenen Füllungen, die von 34,0 bis 35,2 schwankten. Solche Schwankungen können schon durch das Umgiessen von Wasser entstehen.

Bis zu 100 000 S.E. hinauf zeigt sich das gefundene Verhältniss *a/b* merklich constant, man mochte dasselbe durch directe Vergleichung oder durch Widerstandsbestimmung mit Drahtrollen (1000, 13 000, 33 000 S.E. immer mit befriedigender Uebereinstimmung), mit dem 3 m langen Draht auf der Walze allein oder mit Anschaltung des 9fachen Widerstandes ermittelt haben. Bei 300 000 S.E. wird *a/b* um etwa 1 Proc., bei 1 500 000 S.E. um 4 Proc. kleiner gefunden.

Diese Abweichungen können von der individuellen Anordnung herkommen und vielleicht unter anderen Umständen ausbleiben. Aber es erscheint auch nicht ausgeschlossen, dass sie unter anderen Umständen grösser sein können. *Bis auf weiteres also ist es gerathen, die zu messenden Widerstände nicht unnöthig zu steigern* und sich bei solchen von mehreren Hunderttausenden auf Fehler von Procenten, bei noch grösseren Widerständen auf grössere Entstellungen gefasst zu halten (vgl. auch § 9).

Ich suchte die Ursache der Störung durch das rauhe Geräusch anfangs in unregelmässigen Oberflächenladungen der Flüssigkeiten in den Gefässen. Deren Einfluss scheint aber nicht erheblich zu sein, wie daraus hervorgeht, dass man mit grossen Gefässen keine schlechteren Resultate erzielt (Tab. zu 3a), als mit den zuletzt behandelten kleinen.

7. Einfluss des Bades.

Aehnliche Störungen, wie die im vorigen beschriebenen, können bei grossen Widerständen durch das Bad bewirkt werden, in welchem die Gefässe zu stehen pflegen. Ich habe bei der Untersuchung sehr verdünnter Lösungen schon früher aufmerksam hierauf gemacht.¹⁾ Es handelt sich auch hier jedenfalls um Ladungserscheinungen. Ein Gefäss mit schlecht leitender Füllung im Bade ist ähnlich einer Holtz'schen Verstärkungsrohre und zwar einer solchen von grosser Capacität, weil die Glaswände im Interesse rascher Temperatúrausgleichung dünn gewählt werden.

Die Störung tritt bereits ein, wenn nur der Boden der Gefässe von dem Bade gespült ist, ja wenn die Aussenwand auch nur mit einem Schwamm befeuchtet ist. Sie wird bereits bei kleineren Widerständen merklich, als die in 8 behandelte. Sie wächst, im Gegensatz zu § 6 am Schluss, mit der Grösse der Gefässe.

In den kleinen Gefässen *a* und *b* liessen sich Widerstände bis 300 000 Ohm im Wasserbade wenigstens angenähert bestimmen. Solche von $1\frac{1}{2}$ Millionen freilich gaben im Bade gegen Luft Abweichungen bis 10 Proc. Bei dem grossen Ge-

1) F. K., Wied. Ann. 26. p. 172. 1885.

fässe hörte für 300 000 Ohm die Möglichkeit einer Messung im Bade schon vollkommen auf und bei $1\frac{1}{2}$ Millionen genügte es, den Boden der Gefässe mit Wasser zu bespülen, um das Minimum ganz zu verderben. Aehnlich wirkte ein untergelegtes Stanniolblatt. Einhüllen jedes der beiden Gefässe in Stanniol verschlechtert; unvergleichlich viel stärker ist aber die Verschlechterung, wenn man beide Hüllen miteinander verbindet. Schon Berühren eines Gefässes mit dem Finger wirkt nachtheilig.

Dies alles bestätigt zum Ueberfluss noch die Auffassung, dass man es hier mit Condensatorerscheinungen an den Glaswänden zu thun hat.

Ueber ein Mittel der Verbesserung (vgl. § 8).

Ob das Badegefäss aus Metall oder Glas bestand, ob die *Badeflüssigkeit destillirtes Wasser oder eine besserleitende Flüssigkeit war, machte keinen merklichen Unterschied*. Ich ging selbst bis zu $\frac{1}{2}$ proc. Salzsäure, die bis 20 mal besser leitete als die Flüssigkeit, deren Widerstand bestimmt wurde. In solchen Bädern wurden z. B. die Gefässe *B* und *C* miteinander bez. mit Metallwiderständen, wenn sie Füllungen von 2700 bez. 1230 Ohm hatten, mit der üblichen Abweichung innerhalb 0,1 Proc. verglichen. Mit 15 000 bez. 6800 Ohm traten im Bade Abweichungen bis 1 Proc. ein. Das an sich schlechte bez. oft wechselnde Minimum liess sich durch Ableitung nur theilweise verbessern. Das kleine Gefäss mit 12 000 Ohm verhielt sich im schlecht oder gut leitenden Bade gleich mässig. Geeignete Erdleitung verbesserte das an sich schon brauchbare Minimum noch erheblich.

Für die Ladungsvorgänge leitete also ein Bad aus destillirtem Wasser merklich ebensogut wie ein solches aus etwa 7000 mal besser leitender Salzsäure.

Petroleum andererseits verhielt sich merklich wie Luft, d. h. das mehr oder weniger vollkommene Minimum wurde weder in seiner Güte noch in dem Orte durch das Petroleum beeinflusst. Man kann sich also mit Petroleumbädern oder ähnlichem helfen; angenehm freilich ist diese Aushilfe nicht.

8. Verbesserungen durch Zuschaltung eines Condensators.

Das Hinderniss genauer Messung grosser Widerstände lag sowohl bei den Drahtrollen wie bei den Flüssigkeitszellen grossentheils in der Capacität. Man muss dasselbe durch eine in einem nebenliegenden Brückenzeig angebrachte Capacität eliminiren bez. vermindern können. Schaltet man zu diesem Zwecke einen Condensator neben den Zweig, so werden dessen Ladungen den Condensatorladungen an den Electroden (§ 6b) analog wirken und deren Störung compensiren können. Auch die Flaschenladungen an den Bechern eines Doppelgefässes werden im Bade sich den Ladungen nebengeschalteter Condensatorplatten ähnlich verhalten.

Anders aber die Ladungen von Drahtrollen, die sich über die ganze Länge des Widerstandes vertheilen, während die Ladungen des Condensators ja neben den Enden des Widerstandes sitzen. Hier ist die Analogie nur eine recht rohe und entsprechend wird auch die Compensation nur eine rohe sein können.

Einige, theilweise gewiss verbesserungsfähige Versuche sollen hier mitgetheilt werden.

Der veränderliche Condensator wurde aus einer horizontal isolirt gelegten Metallscheibe und einer durch paraffinirtes Papier oder Glimmerscheiben verschiedener Dicke davon getrennten Platte (1 dm² etwa) gebildet, welche letztere man zur Regulirung der Capacität über den Rand der unteren Platte hinaus verschob.

Drahtwiderstände. Mit dem Condensator liess die Vergleichung der grössten Stücke des Siemens'schen Rheostaten, welche für sich ein sehr schlechtes Minimum ergeben und zu Fehlern über 0,1 Proc. geführt hatte (§ 2), sich mit einem überall recht brauchbaren Minimum und mit Fehlern von höchstens $\frac{1}{30}$ Proc. ausführen.

Grosse Widerstände von Wasser oder verdünnten Lösungen im Betrage von 10 000 bis 300 000 Ohm zeigten, mit Condensatorschaltung neben den nach Chaperon gewickelten Vergleichswiderständen, ein viel besseres Minimum. Bifilar gewundene Drahtwiderstände verlangen natürlich nach Umständen den Condensator umgekehrt neben der Flüssigkeitszelle, um

das Minimum zu verbessern. (Gelegentlich findet man bei solcher Vergleichung, dass die beiderseitigen Capacitäten sich von selbst recht gut compensiren.)

Auch grosse *Widerstände im Wasserbade*, z. B. bis 300 000 Ohm in dem kleinen Gefäss *b* (in dem grossen nicht) wurden mit nebengeschaltetem Condensator bequemer vergleichbar oder überhaupt erst vergleichbar.

Das mit dem Condensator verschärfte Tonminimum hat aber bei erheblicherem Betrage der compensirenden Capacität oft eine beiderseitig verschiedene Klangfarbe des Tones, was dann trotz der Schärfe der Einstellung zu einiger Vorsicht im Vertrauen auf die Genauigkeit mahnt. Die obigen ca. 300 000 Ohm z. B. wurden im Wasserbade unter solchen Umständen um $\frac{1}{2}$ bis 2 Proc. kleiner gefunden als im Petroleumbade, sodass man dem letzteren die Genauigkeit anlangend doch den Vorzug geben wird.

9. Unsymmetrien des Telephons.

Diese kommen ebenfalls bei grossen Widerständen zur Geltung. Bei einer Vergleichung von Flüssigkeitszellen im Betrage von 70 000 bez. 300 000 Ohm mit Metallwiderständen fand ich einmal eine Ortsänderung des Tonminimums, wenn der Strom commutirt wurde, entsprechend einer scheinbaren Widerstandsänderung im ersteren Falle gegen $\frac{1}{2}$ Proc., im letzteren bis zu 4 Proc. Die Unsymmetrie machte sich auch geltend, wenn das Telephon allein commutirt wurde. Das Inductorium hatte Platinunterbrechung, aber auch bei anderen trat ähnliches hervor, allerdings in verschiedenem Maasse und auch mit der Zeit an Grösse veränderlich.

Die Erscheinung auf ihre Ursachen zurückzuführen, kostete einige Mühe, weil ich erst in einer, wie ich jetzt glaube, ganz unbegründeten Richtung suchte. Da der Wechsel eintrat, wenn der *primäre Strom commutirt wurde* und da weiter das Vorzeichen des Unterschiedes wechselte, wenn man die *Spule auf dem Telephon umsteckte*, ja endlich sogar, wenn man nur den *Telephonmagnet ummagnetisirte*, so suchte ich die Ursache der Unsymmetrie in einem Verhältniss des im Telephon erregten Magnetismus zur Stromrichtung des Oeffnungs- bez. Schliessungsstromes.

Bestärkt wurde ich in dieser Ansicht (welche ja eine ganz interessante Thatsache enthalten würde) dadurch, dass ein Telephon, einfach mit Widerständen von mehreren Millionen — die letzteren symmetrisch um das Telephon vertheilt — in den Kreis eines Inductoriums eingeschaltet, deutlich eine *verschiedene Tonstärke gab, wenn man lediglich den Strom commutirte*; und zwar den primären oder den secundären. Ummagnetisiren des Telephons änderte im allgemeinen auch hier das Vorzeichen des Wechsels.

Und dabei stimmte an mehreren Telephonen überein, dass der Ton stärker war, wenn der Oeffnungsstrom den Magnetismus verstärkte.

Schliesslich genügte aber diese Regel doch nicht für alle Erscheinungen und ich bin schliesslich zu der Ansicht gekommen, dass dieses Zusammentreffen wohl nur Zufall war.

Sieht man von der Möglichkeit einer magnetischen Unsymmetrie ab, so käme erstens die von Winkelmann¹⁾ bei der Bestimmung von Dielectricitätsconstanten hervorgehobene mögliche Ursache einer Unsymmetrie in Frage, die man wohl am kürzesten als verschiedene Capacität der Telephonleitung von den beiden Enden bis zum Mittelpunkt der Spule bezeichnet. Allein hierdurch wäre der umkehrende Einfluss des ganzen Stromwechsels schwerlich, derjenige des Ummagnetisirens überhaupt nicht zu erklären. Man wird einen Grund suchen müssen, der nicht mit dem Magnetismus das Vorzeichen wechselt.

Ein solcher würde offenbar durch *electrostatistische Ladungen* des Telephons gegeben sein, welche die Ströme begleiten. Dass solche auftreten, ist schon in § 6c hervorgehoben worden. Ihre Ursache mag zusammengesetzter Art sein. Eine Rolle spielt vielleicht die Influenzwirkung der primären auf die secundäre Spule des Inductoriums. Die Ladungen theilen sich der Spule bez. dem Magnet des Telephons mit und wirken nun in derselben Periode auf die Membran wie der Messungsstrom, aber im Gegensatz zu dem letzteren wenig beeinflusst von einer kleinen Verschiebung des Brückencontactes. Verstärkt die electrostatistische Anregung die Bewegung der Membran z. B. wenn der Contact links von der richtigen Nullstellung steht,

1) Winkelmann, Wied. Ann. 46. p. 671. 1891; vgl. auch Leonh. Weber (l. c.).

so wird sie rechts abschwächen; das wirkliche Minimum erscheint nach rechts verschoben.

Die von mir beobachteten Erscheinungen lassen sich alle auf diese Auffassung zurückführen, z. B. der Vorzeichenwechsel der Unsymmetrie bei dem Commutiren der magnetischen Anregung, also Commutiren sei es des Hauptstromes sei es des Telephons gegen die übrige Leitung, sowie bei dem Umstecken der Telephonspule oder der Ummagnetisirung des Telephons.

Commutirt man bloss die Pole an der secundären Rolle, so kommen noch die Vertheilungs- und Isolationsverhältnisse der Verzweigung in Betracht und man kann nicht mit Bestimmtheit sagen, was geschehen wird. In der That fand ich bei einem Inductorium, dass Polwechsel an der inducirten Rolle die vorhandene kräftige Unsymmetrie beinahe zum Verschwinden brachte.

Es stimmt ferner mit der Annahme electrostatischer Ladungen des Telephons die Thatsache, dass die Unsymmetrie von der Art, wie man das Telefon hält, abhängt; ob dasselbe nur an einzelnen Punkten berührt oder mit der ganzen Hand gehalten wird, ob man an einem Dosentelephon die Metallkapsel oder den isolirenden Rand fasste, bei einem Stangen-telephon (in Hartkautschukkapsel), ob der Magnet isolirt oder abgeleitet wurde.¹⁾

Eine weitere, und zwar eine werthvolle Folgerung besteht darin, dass die Unsymmetrie *eliminirt* werden wird, wenn man *eine zweite Einstellung mit commutirtem Telefon ausführt und das Mittel aus beiden Ablesungen nimmt*. Man halte dabei das Telefon beide Male in gleicher Weise.

An einigen Beispielen soll eine ungewöhnlich grosse Unsymmetrie untersucht und die letzte Folgerung geprüft werden. Das kleine Inductorium hatte Eisendrahtbündel mit verschiebbarer dämpfender Hülse und Platinunterbrechung in Luft. Das Telefon von der ursprünglichen Bell'schen Form hatte Hartkautschukfassung, die letztere war aber in Stanniol gehüllt.

1. Man verglich Drahtwiderstände von etwa 1000, 12 000, 30 000 und 50 000 Ohm, deren Betrag galvanometrisch bestimmt worden war, einzeln oder in Summen zusammengefasst telepho-

1) Auf die Herstellung von Apparaten, bei denen die Unsymmetrie wegfällt, denke ich später zurückzukommen.

nisch miteinander. Die Einzelbestimmungen der Verhältnisse gaben Abweichungen bis $\pm 3\frac{1}{2}$ Proc bei den grössten Widerständen 50 000 / 42 000. Je kleiner die Stücke, desto kleiner war auch die Abweichung, z. B. 0,3 Proc. bei 30 000 / 13 000. Ueberschieben der Metallhülse über den Kern verminderte die Unsymmetrie bedeutend. Ein Dosentelephon zeigte viel kleinere Unsymmetrien. Die Mittel aus Einstellungspaaren mit commutirtem Telephon gaben höchstens 0,4 Proc. Fehler, welcher Betrag sich grösstentheils durch die (trotz zugezogenem Condensator) theilweise sehr verwaschenen Minima erklären lässt.

2) Eine Flüssigkeitszelle (Gefäss *b*) von etwa 300 000 Ohm im Petroleumbad wurde mit einer Rolle von etwa 12 000 Ohm (alternirend unifilar gewickelt; p. 233) verglichen. Man fand, auf gleiche Temperatur reducirt, die paarweise gewonnenen Mittel und die Abweichungen der Einzelablesungen in Proc. daneben geschrieben:

		Das Telephon ummagnetisirt:	
Ohne Condensator	323 800 $\pm 4\%$	325 500 $\mp 2,2\%$	dann 324 700 $\mp 3,2\%$
Mit „	324 100 $\pm 4\%$	323 700 $\mp 4\%$	dann 324 300 $\mp 4\%$

Während die Einzelwerthe bis 4 Proc. vom Hauptmittel (324 400) abweichen, stimmen die Paarmittel bis auf höchstens 0,4 Proc. Abweichung.

3) Drei Flüssigkeitswiderstände von ca. 600, 60 000 und 300 000 Ohm wurden mit Metallwiderständen von ca. 1000, 13 000 und 30 000 Ohm verglichen. Man wandte entweder das gebräuchliche, von Hartmann & Braun gelieferte Inductorium mit massivem Eisenkern und mit Quecksilberunterbrechung unter destillirtem Wasser an oder ein kleines Inductorium mit Platinunterbrechung in Luft, mit Eisendrahtbündel, und zwar jedesmal mit und ohne eingeschobene dämpfende Hülse. Die Unsymmetrien gingen bei 300 000 bis zu ± 2 Proc., bei 60 000 bis $\pm \frac{1}{2}$ Proc., bei 600 blieben sie innerhalb der Fehlergrenze der Einstellung ($\frac{1}{20}$ Proc.). Die Abweichungen der paarweise genommenen Mittel mit commutirtem Telephon erreichten beziehungsweise nur $\pm 0,3$, $\pm 0,1$ und $\pm 0,02$ Proc. Das Inductorium mit massivem Kern lieferte hier die geringsten, das andere ohne Dämpferhülse die grössten Abweichungen.

Bei kleinen Widerständen also wurde gar keine Unsymmetrie gefunden. Bei grösseren überzeuge man sich, ob keine solche

vorhanden ist, bez. man *commutire bei jeder Messung das Telephon und nehme das Mittel aus den beiden gefundenen Minimumstellungen des Brückencontactes.*

Ich will übrigens bemerken, dass z. B. bei den letzten Versuchen erst eine Reihe von Proben in den Verbindungen und den Telephonen gemacht werden musste, ehe man eine beträchtliche Unsymmetrie hergestellt hatte. Eine solche wird also nicht häufig vorkommen.

Zusammenstellung der Ergebnisse.

Ueber den Apparat vgl. p. 228 und 229.

Die Genauigkeit der Einstellung an der Brücke reicht unter günstigen Umständen bis zu weniger als $1/10\,000$ Fehler.

Ist das Minimum durch Polarisation, Selbstinduction oder Capacität unscharf, aber noch gut zu erkennen, so liefert — in Uebereinstimmung mit meinen früheren Erfahrungen, mit denjenigen von Elsas und von M. Wien in dessen zweiter Mittheilung — sein Ort (der Mittelpunkt zwischen zwei benachbarten Punkten von gleicher Tonstärke) das Widerstandsverhältniss nahe richtig.

Solange nicht die vorzügliche unifilar abwechselnde Wicklungsweise von Widerstandsrollen nach Chaperon sich verbreitet hat, welche Widerstände von mindestens 30 000 Ohm für das Telephon geeignet herstellen lässt, sind die folgenden Erfahrungen an *bifilar gewickelten Rheostaten gebräuchlicher Art* von Interesse:

Stücke bis etwa 1000 Ohm liessen sich überhaupt fehlerfrei verwenden. Solche bis 4000 Ohm zeigten bei Vergleichen Fehler bis etwa $\frac{1}{3}$ Proc. bei einem schliesslich wegen der Capacität sehr schlechten Minimum. Der Fehler wächst nach Wien mit dem Quadrate der Capacität und des Widerstandes.

In Uebereinstimmung mit Elsas zeigt es sich vortheilhafter, grössere Rheostatenwiderstände aus mehreren Stücken zusammenzusetzen als einzelne Rollen zu verwenden. Ursache ist die im letzteren Falle grössere Capacität.

Geeignete Nebenschaltung eines kleinen verstellbaren Condensators im Nachbarzweig verbessert bei gewöhnlichen Rheostatenwiderständen bis 10 000 Ohm das Minimum bedeutend und lässt die Fehler verschwinden.

Die *Selbstinduction* gut gewickelter Rollen — deren fehlerhafter Einfluss nach Wien mit dem Quadrate des Quotienten aus Selbstinduction und Widerstand wächst, bereitet keine Schwierigkeiten.

Polarisation. Der Fehler nimmt mit wachsender Grösse der Electrode und des Widerstandes ab. *Blanke* Platinelectroden von 10 bez. 35 cm² Fläche gaben in Flüssigkeitszellen von 8 oder 25 Ohm Fehler von etwa 3 oder 1 Proc. bez. etwa 1 oder $\frac{1}{3}$ Proc. Wenn das Product aus Electrodenfläche und Widerstand 250 Ohm . cm² erreicht, so wird der zu befürchtende Fehler nicht über 1 Proc. betragen. Verschiedene Inductorien und Telephone zeigten in dieser Beziehung keinen merklichen Unterschied.

Gut platinirte Electroden von 10 bez. 35 cm² konnten mindestens bis zu Widerständen von 50 bez. 8 Ohm abwärts als polarisationsfrei (mit Fehlern unter 0,1 Proc.) verwendet werden.

Für gute Platinirung genügt nicht ein dünner Anflug von Platinschwarz, sondern die Electrode soll *matt* erscheinen.

Sinusströme gleicher Periode (85/Sec.) sind von der Polarisation viel stärker beeinflusst, so dass mit Sinusinductor und Dynamometer für 8 Ohm zwischen blanken Electroden von 10 cm² etwa 25 Proc. Fehler entstanden. Platinirte Electroden von 35 cm² dagegen gaben mit Sinusströmen und Unterbrechungsströmen merklich dasselbe Resultat.

Grosse Widerstände. Hier treten einige besondere Hindernisse auf.

So hat man *Fernwirkungen des Inductoriums* auf Brücke und Telephon durch hinreichende Entfernung (1 m) des ersteren und Orientirung der *Axe* des Telephons und einer Brückenwalze senkrecht zu den Kraftlinien des Inductoriums zu vermeiden.

Bei Wasser und sehr verdünnten Lösungen stört die *electrostatistische Capacität der Flüssigkeitszelle* (welche der Dielectricitätsconstante und dem specifischen Widerstande der Flüssigkeit proportional ist) das Minimum. Doch reicht die Störung nicht so weit, dass man selbst bei Wasser nicht 1 Proc. Sicherheit verbürgen könnte. Verbessern kann man auch hier durch geeignete Nebenschaltung eines kleinen Condensators mit regulirbarer Capacität.

Wachsen die zu messenden Widerstände auf hunderttausende Ohm, so treten im allgemeinen störende Geräusche im Telephon auf, die man auf *electrostatistische Ladungen* zurückzuführen hat. Dieselben lassen sich oft, wie schon Elsas bemerkte, durch eine Erdleitung an einem geeigneten Punkte der Verzweigung beseitigen oder wenigstens bis zu einem brauchbaren Minimum abschwächen. Bei Widerständen von der Ordnung 10^6 Ohm können aber Fehler von einer Anzahl von Procenten auftreten.

Im *Wasserbade* entstehen an den Gefässwänden der Widerstandszellen Flaschenladungen, die schon bei nicht sehr grossen Widerständen das Minimum verschlechtern. Je umfangreicher das Widerstandsgefäss, desto grösser ist im allgemeinen diese Störung. (Enge Verbindungsröhren verlangen aber wegen der Stromwärme auch im Bade Vorsicht). Nebenschaltung eines Condensators neben den benachbarten Brückenweig kann auch hier verbessern. Das Leitungsvermögen eines wässerigen Bades ist gleichgültig, da schon destillirtes Wasser die Ladungen voll zur Entwicklung kommen liess.

Ein *Petroleumbad* zeigte diese Störung nicht.

Unsymmetrie des Telephons. Eine solche bemerkt man zuweilen bei der Messung grösserer Widerstände. Commutiren des ganzen Stromes oder Commutiren des Telephons gegen den Strom ändert den Ort des Minimums. Die Abweichung ging in einem Falle bis ± 4 Proc. Sie stammt sehr wahrscheinlich von electrostatistischen Ladungen des Telephones. Ummagnetisiren des letzteren kehrte das Vorzeichen der Unsymmetrie um.

Man eliminirt dieselbe durch Commutiren des Telephons und Mittelnehmen aus den beiden Einstellungen. Das Telephon ist hierbei jedesmal in derselben Weise zu halten.

Ein kleines Inductorium mit Eisendrahtbündel als Kern zeigte die Unsymmetrie stärker als ein solches mit massivem Kern. Ueberschieben einer Metallhülse über den Kern verminderte die Unsymmetrie im ersteren Falle. Hiernach wird bei grossen zu messenden Widerständen das Inductorium mit Drahtbündelkern leichter zu Fehlern führen.

Strassburg, 7. April 1893.

2. Das Hall'sche Phänomen in Eisen, Kobalt und Nickel; von A. Kundt.

Bald nachdem Hall entdeckt hatte, dass die Aequipotentiallinien eines galvanischen Stromes, welcher eine dünne Platte durchfließt, durch eine magnetisirende Kraft, deren Richtung senkrecht zu der Ebene der Platte ist, gedreht werden, gab er auch das experimentelle Gesetz für diese Erscheinung, die jetzt allgemein den Namen des Hall'schen Phänomens führt. Wir nehmen die gewöhnliche Anordnung, bei welcher eine rechteckige Platte zwischen zwei parallelen Polflächen eines Electromagneten so aufgestellt ist, dass die Platte den Polflächen parallel steht. Auf zwei gegenüberliegenden Kanten derselben sind der Länge nach zwei Drähte als Electroden aufgelöthet, welche zur Zuführung des Stromes, den wir kurz den primären nennen wollen, dienen. In der Mitte der anderen beiden Kanten sind an zwei Punkten gleichen Potentials des die Platte durchfließenden Stromes zwei punktförmige Electroden angebracht. Zwischen diesen tritt bei Erregung des Electromagneten eine Potentialdifferenz, e , auf, deren Grösse nach Hall ist

$$e = \frac{R \cdot J \cdot M}{d}.$$

J bezeichnet hierbei die Intensität des Primärstromes, M die Stärke des magnetischen Feldes, d die Dicke der Platte. R bezeichnet eine für das Material der Platte charakteristische Constante, welche Hall den „Rotationscoefficienten“ des betreffenden Materials nennt. Er bezeichnet den letzteren als positiv, wenn die Drehung der Aequipotentiallinien in demselben Sinne erfolgt, wie der das Magnetfeld erregende Strom fließt; findet das Umgekehrte statt, so wird der Coefficient negativ bezeichnet. Die durch die Formel ausgedrückte Abhängigkeit der Grösse e von der Dicke der Platte und der Intensität des Primärstromes ist durch die Versuche von Hall und anderen, insbesondere durch A. v. Ettingshausen und W. Nernst hinreichend bestätigt. Anders liegt es mit

der Proportionalität von e , welche Grösse wir, wie üblich, Hall-Effect nennen wollen, mit der Stärke des Magnetfeldes. Alle bisherigen sorgfältig ausgeführten Versuche haben übereinstimmend ergeben, dass bis zu den Werthen von M , zu welchen man bisher ging, bei den schwach magnetischen oder schwach diamagnetischen Metallen die Grösse e dem M proportional bleibt. Versuche von Hall¹⁾ und von v. Ettingshausen und Nernst²⁾ ergeben dagegen für Nickel nicht mehr die erwähnte Proportionalität. Hr. Hall weist an seinen Zahlen schon nach, dass der Hall-Effect im Nickel viel mehr der Magnetisirung der Platten proportional sei, und Hr. Goldhammer³⁾ zeigt dies an einer Beobachtungsreihe von v. Ettingshausen und Nernst, indem er für die verschiedenen Feldstärken die Magnetisirung der Nickelplatte aus den bezüglichlichen Rowland'schen Untersuchungen berechnet. Für Co und Fe ist dagegen die Beziehung des Hall-Effectes zu der Magnetisirung nicht mit Sicherheit nachweisbar, da die Versuche nicht über die Grenzen, innerhalb welcher die Magnetisirung der magnetisirenden Kraft proportional bleibt, hinreichend hinausgehen.

Für eine zu entwickelnde Theorie des Hall'schen Phänomens ist es aber, wie schon Hall hervorhob, von der grössten Wichtigkeit, zu constatiren, ob in allen den drei stark magnetischen Metallen Fe, Co und Ni der Hall-Effect genau der Magnetisirung proportional bleibt, um so mehr, als Nickel sich bezüglich der Rotation der Aequipotentiallinien umgekehrt verhält wie Eisen und Kobalt.

Der Rotationscoefficient ist nämlich nach Hall für Eisen und Kobalt positiv, für Nickel negativ.

Ich habe es daher unternommen, noch einmal für Fe, Co und Ni den Hall-Effect bis zu so hohen Magnetfeldern, als ich sie mit den mir zu Gebote stehenden Mitteln erreichen konnte (etwa 22 000 ($\text{cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$)) zu untersuchen und zugleich an denselben Platten, die für diese Versuche dienten, die jeweilige Magnetisirung durch eine Grösse, die dieser Magnetisirung

1) Hall, Phil. Mag. 12. p. 157. 1881.

2) v. Ettingshausen und Nernst, Sitzungsber. der Wien. Akad. 94. 1886.

3) Goldhammer, Wied. Ann. 46. p. 98. 1892.

proportional ist, zu ermitteln. Indem ich sehr dünne, noch durchsichtige Platten der genannten Metalle, welche auf platinirtem Glas galvanoplastisch niedergeschlagen wurden, benutzte, konnte ich für alle die Feldstärken, für welche der Hall-Effect gemessen wurde, auch die Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes in den im magnetischen Felde befindlichen Platten beobachten. Diese Drehung ist nach der Gesammtheit der vorliegenden Untersuchungen der Magnetisirung der Platten proportional.¹⁾ Es hat sich das Resultat ergeben, daß innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler Hall-Effect und electromagnetische Drehung der Polarisations-ebene in Platten von Fe, Co und Ni einander proportional bleiben. Damit ist die Proportionalität zwischen Magnetisirung und Hall-Effect für diese Substanzen sicher erwiesen.

Ich gebe zunächst eine kurze Beschreibung der Anordnung der Versuche, dann eine Beobachtungsreihe mit einer Goldplatte und eine andere mit einer Silberplatte. Diese Reihen sollen nur zeigen, dass die ganze Anordnung gut und sicher functionirte. Es folgen dann die Beobachtungen an Fe, Co und Ni.

Zum Schluss berichte ich über einige Versuche, die ich mit Wismuthplatten angestellt habe, welche galvanoplastisch auf platinirtem Glas niedergeschlagen waren. Das Resultat derselben ist bis jetzt im Widerspruch mit allen bisherigen Arbeiten, welche einen sehr grossen Hall-Effect im Wismuth ergeben. Die galvanoplastisch hergestellten Wismuthschichten zeigten einen so kleinen Effect, dass derselbe mit dem für die anderen Metalle benutzten Galvanometer genau messend nicht verfolgt werden konnte.

Um im Folgenden in den Bezeichnungen kurz sein zu können, nenne ich, in Uebereinstimmung mit früheren Beobachtungen, den Strom, welcher die Platte durchfließt, wie schon bemerkt, den „primären Strom“, die Electroden, welche ihn der Platte zuführen, die „primären Electroden“; die Electroden, welche den durch den Magnetismus abgeleiteten Strom führen, „Hall-Electroden“ oder „secundäre Electroden“, diesen Strom selbst „secundären Strom“. Der Strom, welcher den Magnet erregt, möge „magnetisirender Strom“ heissen.

1) du Bois, Wied. Ann. 31. p. 941. 1887.

Dann möchte ich nicht unterlassen, dankend zu erwähnen, dass bei Anstellung der Versuche mir Hr. Dr. H. Rubens in jeder Weise behülflich war.

Anordnung der Apparate.

1. Die Metallplatten.

Die zu benutzenden Metallplatten wurden, wie schon bemerkt ist, electrolytisch auf platinirtem Glas niedergeschlagen, wie ich dies früher bei meinen Versuchen über magnetische Circularpolarisation in den Metallen beschrieben habe.¹⁾ Dann wurde mit dem Diamant ein ungefähr quadratisches Stück des niedergeschlagenen Metalles, welches im durchfallenden Lichte noch möglichst gleichförmig erschien, sodass man annehmen konnte, dass die Metaldicke durchweg die gleiche sei, abgegrenzt. Das Stück stand dann mit dem anderen Theile nicht mehr in leitender Verbindung. Auf zwei gegenüberliegenden Kanten des abgegrenzten Stückes wurden der ganzen Länge nach zwei Drähte angelöthet, welche den primären Strom zuführen sollten, auf den anderen Kanten wurden möglichst in die Mitte zwei dünne Drähte gelöthet, die Hall-Electroden. Der ganze Flächeninhalt der benutzten Metallschicht betrug meist weniger als $\frac{1}{4}$ qcm.

2. Der Magnet.

Zur Erzeugung des Magnetfeldes diente ein älterer, mittelgrosser Electromagnet Ruhmkorff'scher Construction. Da ich zu möglichst hohen Feldern kommen wollte, mussten besondere Polstücke angefertigt werden. Es waren dies abgestumpfte Kegel, deren vordere kreisförmige Abstumpungsfläche einen Durchmesser von 10 mm hatte. Dieselben waren für die Beobachtung der Circularpolarisation mit centralen Durchbohrungen von 3 mm Durchmesser versehen. Die beiden Polflächen hatten einen Abstand von 5 mm. Das Magnetfeld zwischen ihnen ist als homogen zu betrachten. Da die grösste Seitenlänge der benutzten Platten 7 mm, der Durchmesser der Polplatten dagegen 10 mm betrug, so konnten die Metallstücke zwischen den Polplatten stets so eingestellt werden, dass sie mit ihren Flächen senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien sich ganz in dem homogenen magnetischen Felde befanden.

1) A. Kundt, Wied. Ann. 23. p. 228. 1884 und 27. p. 191. 1886.

Für die Bestimmung der electromagnetischen Circularpolarisation in den Schichten von Fe, Co und Ni musste abwechselnd die Metallschicht, in welcher der Hall-Effect beobachtet war und eine von dem Metall freie, platinirte Stelle des Glases zwischen die Pole gebracht werden, um durch Differenzbestimmungen die Drehung der Polarisationssebene in Fe, Co und Ni zu erhalten. Zu diesem Zwecke war die mit dem Metall überzogene platinirte Glasplatte an einem verschiebbaren Gestell angebracht, dessen Verschiebungen durch Anschläge begrenzt waren, sodass mit Sicherheit immer die eine oder die andere Stelle genau in die Mitte des Magnetfeldes, vor die Durchbohrungen gebracht werden konnte. Der Magnet wurde durch den Strom, den die Berliner Electricitätswerke liefern, erregt. Um verschiedene Magnetfelder zu erhalten, wurden in den magnetisirenden Strom passende Widerstände eingeschaltet.

3. Der optische Apparat.

Als Lichtquelle für die Drehungsbestimmungen diente ein Linnemann'scher Zirkonbrenner. Der Polarisator war ein Doppelnicol nach der Angabe von Lippich. Das analysirende Nicol befand sich in einem Theilkreise, welcher mit Hülfe eines Nonius $0,01^\circ$ abzulesen gestattete. In den Gang der Strahlen war ein rothes Glas eingeschaltet, sodass die Drehung für das ziemlich homogene Licht, welches durch dieses hindurchging, gemessen wurde. Die Intensität des magnetischen Feldes bei jedem einzelnen Versuche wurde in folgender Weise ermittelt.

Von früheren Versuchen stand eine Glasplatte zur Verfügung, deren Verdet'sche Constante für Natriumlicht genau bestimmt war. Durch Ermittlung des Verhältnisses der Drehung von Natriumlicht und von dem benutzten rothen Licht in dieser Platte bei irgend einer Feldstärke wurde zunächst die Verdet'sche Constante der Vergleichsplatte für rothes Licht gefunden. Ist diese bekannt, so ist es nur nöthig, für eine Feldstärke die Drehung, welche die Polarisationssebene des rothen Lichtes in dieser Normalplatte erfährt, zu vergleichen mit der Drehung durch die betreffende Glasplatte, auf welcher Fe, Co oder Ni niedergeschlagen ist, um für sämtliche magnetische Felder, in welchen Drehung und das Hall'sche Phänomen an der betreffenden Platte beobachtet

ist, die Intensität in absolutem Maasse berechnen zu können, da die Drehung im Glase der Feldstärke genau proportional bleibt. Sämmtliche angegebenen Feldstärken sind in dieser Weise gefunden.

4. Die electricischen Anordnungen.

Der Primärstrom für die dünnen Metallplatten wurde von einem Accumulator geliefert, dessen electromotorische Kraft sich während längerer Zeit sehr nahe constant erhielt. Die Intensität des Stromes wurde durch eingeschaltete Widerstände passend regulirt und konnte durch ein eingeschaltetes Siemens-Torsionsgalvanometer gemessen werden. Das für die Messung des Hall-Stromes benutzte Galvanometer war ein Siemens'sches bekannter Construction mit vier nebeneinandergeschalteten Rollen von je 20 Ohm Widerstand. Die ganze Schwingungsdauer des Magnetsystems betrug ungefähr 6 Sec., der Abstand des Fernrohrs nahe 6 m. Hierbei entspricht, wie eine Bestimmung ergab, ein Ausschlag von einem Centimeter $0,345 \cdot 10^{-6}$ Amp. Die beobachteten Ausschläge waren der die Galvanometerwindungen durchfliessenden Stromintensität noch so nahe proportional, dass eine Correction anzubringen unnöthig war. Es ist daher im Folgenden die Potentialdifferenz an den beiden Hall-Electroden auf der Platte dem Galvanometerausschlag direct proportional gesetzt, und als Hall-Effect ist nicht die Potentialdifferenz e , sondern der derselben entsprechende Galvanometerausschlag angegeben.

Es ist nicht möglich, die Hall-Electroden auf den benutzten, sehr kleinen Metallplatten genau auf zwei Stellen gleichen Potentials anzubringen; für die Beobachtung des Hall-Effectes ist es aber sehr angenehm, wenn vor Erregung des Magnetfeldes der Strom im abgeleiteten Kreise, d. h. demjenigen der Hall-Electroden, Null ist. Um dies zu erreichen, wurde, wie üblich, die eine, passend ausgewählte secundäre Electrode mit der einen primären leitend verbunden; es kann dann durch Einschalten von Widerstand in diese Zweigleitung immer erreicht werden, dass bei Schluss des Primärstromes, wenn der Magnet nicht in Thätigkeit ist, das Galvanometer auf Null bleibt. Diese Abgleichung wurde vor jeder einzelnen Beobachtung sehr sorgfältig gemacht.

5. Der Einfluss der Platinschicht der Glasplatten auf die Resultate.

Da sich unter den zu untersuchenden Metallschichten das Platin befindet, auf welches jene niedergeschlagen sind, so geht ein Theil des Primärstromes durch diese Platinschicht. Da die letztere aber dünner war, als die Schichten von Fe, Co und Ni, so ist der durch das Platin gehende Zweigstrom nicht zu beträchtlich. Berücksichtigt man ferner, dass der Rotationscoefficient für Pt sehr viel kleiner ist, als für die genannten Metalle, so ergibt sich, dass der Einfluss der Platinschicht bei der Ermittlung des Hall-Effectes, wenigstens für die drei Metalle Fe, Co und Ni, unberücksichtigt bleiben kann. Um einen ungefähren Ueberblick zu gewinnen, ein wie grosser Theil des die Platte durchfliessenden Primärstromes durch die Platinschicht geht, wurde von der untersuchten Eisenplatte, nachdem der Widerstand zwischen den Primärelectroden genau gemessen war, durch verdünnte Säure, welche das Platin nicht angriff, das Eisen entfernt und abermals der Widerstand gemessen. Es ergab sich im ersten Falle 3,6 Ohm, im zweiten 11,2 Ohm; daraus folgt, dass von dem Primärstrom in dieser Platte etwa $\frac{2}{3}$ durch das Eisen und $\frac{1}{3}$ durch das Platin gingen. Hiernach könnte bei unserer Eisenplatte der Durchgang des Zweigstromes im Platin für die Beobachtung von Einfluss sein, wenn nicht andererseits der Hall-Effect im Eisen etwa 40 mal so gross wäre, wie im Platin. Aehnlich ist das Verhältniss bei den benutzten Nickel- und Kobaltplatten.

6. Gang der Versuche.

Nachdem die mit dem electrolytisch niedergeschlagenen Metall versehene platinirte Glasplatte an der oben erwähnten Schiebevorrichtung befestigt und passend zwischen die Magnetpole gebracht war, wurde zunächst die Zweigleitung so abgeglichen, dass bei Schluss des Primärstromes das Galvanometer keinen Ausschlag zeigte. Dann wurde der magnetisirende Strom geschlossen und die kleine Einwirkung, welche der Magnet direct durch Fernwirkung auf das Galvanometer ausübte, ermittelt, um dieselbe bei den Ausschlägen in Rechnung zu ziehen. Endlich wurde für die eine und für die entgegengesetzte Richtung des magnetisirenden Stromes der Ausschlag des Galvanometers, also der Hall-Effect, gemessen.

Dieselben Beobachtungen wurden mehrfach wiederholt und aus den erhaltenen Resultaten wurde das Mittel genommen. Die verschiedenen Versuche stimmten fast immer bis auf wenige Millimeter untereinander überein. Nachdem so für die verschiedenen Feldstärken der Hall-Effect gemessen war, wurde für dieselben Feldstärken, die durch Regulirung des magnetisirenden Stromes leicht genau wieder hergestellt werden konnten, die Drehung der Polarisationssebene bei Umkehrung des magnetisirenden Stromes für den Durchgang des Lichtes durch Glas, Platin und Metall, und durch Glas und Platin allein bestimmt. Die Intensität der Magnetfelder ergab sich dann in der oben erwähnten Weise durch Vergleichung mit dem Normalglas, dessen Verdet'sche Constante für rothes Licht bekannt ist.

Um mich zu überzeugen, dass die ganze Anordnung befriedigend functionirte, wurden Versuche mit einer auf platinirtem Glas galvanisch niedergeschlagenen Goldschicht und einer ebenso hergestellten Silberschicht gemacht. Für diese Metalle ist nach dem bisher vorliegenden Beobachtungsmaterial eine genaue Proportionalität des Hall-Effectes mit der Stärke des Magnetfeldes vorhanden. Diese letztere wurde auch hier durch die Circularpolarisation in den Glasplatten bestimmt. Zwar ist bei diesen Platten der Hall-Effect nur etwa viermal so gross, als im Platin; indessen ist die Leitfähigkeit etwa die siebenfache und war die Dicke mindestens die dreifache der Platinschicht, sodass auch hier der Einfluss der letzteren verschwindet. Uebrigens würde das Platin, da auch in ihm der Hall-Effect der Magnetisirung proportional ist, das für Gold und Silber zu erwartende Resultat qualitativ nicht beeinträchtigen.

Controlversuche mit Gold und Silber.

1. Gold.

Abstand der Primärelectroden von einander 5 mm.
 „ „ Hall-Electroden „ „ 4,5 mm.
 Widerstand zwischen den Primärelectroden 0,43 Ohm.
 „ „ „ Hall-Electroden 0,55 „
 Intensität des primären Stromes 0,0556 Amp.

2. Silber.

Abstand der Primärelectroden von einander 4,5 mm.

" " Hall-Electroden " " 3,5 "

Widerstand zwischen den Primärelectroden 1,0 Ohm.

" " " Hall-Electroden 1,0 "

Drehung in Glas Φ	Feldstärke M in cm g sec.	Hall-Effect ρ Galvano- meteraus- schlag in cm	Hall-Effect Drehung $\frac{\rho}{\Phi}$	Hall-Effect berechnet
Gold.				
0,890°	3810	1,65 cm	1,85	1,61 cm
1,936°	8280	3,4 "	1,76	3,5 "
3,201°	13700	5,8 "	1,81	5,8 "
4,279°	18300	7,7 "	1,80	7,7 "
4,998°	21400	9,1 "	1,82	9,1 "
			Mittel 1,81	
Silber.				
0,890°	3810	5,8 cm	6,54	6,0 cm
1,936°	8280	13,2 "	6,83	13,1 "
3,201°	13700	21,7 "	6,79	21,6 "
4,279°	18300	29,3 "	6,84	29,0 "
4,998°	21400	33,8 "	6,76	33,8 "
			Mittel 6,75	

In der vorstehenden Tabelle sind die Drehungen der Polarisationssebene bis auf 0,001° angegeben, da die Ablesungen bis auf 0,01° gemacht wurden und jede in den Tabellen angegebene Zahl das Mittel aus 10 Einstellungen ist. Die aus den Drehungen berechneten Feldstärken sind in den letzten Ziffern abgerundet, da dieselben, entsprechend der Fehlergrenze der Drehungsbestimmungen, höchstens bis zur 4. Ziffer genau sind.

In der Columnne Hall-Effect, ρ , sind die Galvanometerausschläge angegeben; dieselben sind, wie oben dargelegt wurde, der Grösse e der Hall'schen Formel, d. h. der secundären electromotorischen Kraft proportional. Da es sich in dieser Mittheilung nicht um die Bestimmung absoluter Rotationscoefficienten handelt, sondern nur um die relativen in einer und derselben Platte bei Aenderung des Magnetfeldes, konnte die Berechnung der e aus den ρ unterbleiben.

In der 4. Columnne ist das Verhältniss von ρ / Φ angegeben

und mit Hilfe des Mittels dieser Zahlen sind die Werthe der 5. Columnne berechnet.

Die Werthe von ρ / Φ sind sowohl für Gold wie für Silber innerhalb der Beobachtungsfehler als constant zu betrachten; die beobachteten und berechneten ρ stimmen bis auf wenige Millimeter für jedes der Metalle untereinander überein. In Gold und Silber ist also der Hall-Effect bis zu Magnetfeldern von 21400 cm g sec. innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler der magnetisirenden Kraft proportional.

Zur Veranschaulichung sind in der Figurtafel p. 269 die Beobachtungen graphisch aufgetragen. Die Curven $\rho = f(M)$ sind fast genau gerade Linien.

Es sei noch bemerkt, dass der Rotationscoefficient auch bei unseren Versuchen, wie Hall es für Gold und Silber angegeben, das negative Zeichen hat.

Versuche mit Eisen, Kobalt und Nickel.

1. Eisen.

Abstand der Primärelectroden von einander 6 mm.

„ „ Hall-Electroden „ „ 7 „

Dicke der Eisenschicht berechnet aus der Maximaldrehung der Polarisationssebene nach meinen früheren Beobachtungen¹⁾ $14,1 \cdot 10^{-6}$ cm.

Widerstand zwischen den Primärelectroden 3,6 Ohm.

„ „ „ „ nachdem die Eisenschicht durch Säure von dem Platin abgewischt war 11,2 Ohm.

Der Widerstand zwischen den Hall-Electroden ist nicht bestimmt.

Intensität des primären Stromes 0,021 Amp.

2. Kobalt.

Abstand der Primärelectroden von einander 4,0 mm.

„ „ Hall-Electroden „ „ 3,0 „

Dicke der Kobaltschicht berechnet aus der Maximaldrehung der Polarisationssebene nach den Versuchen des Hrn. du Bois²⁾ $6,3 \cdot 10^{-6}$ cm.

1) A. Kundt, Wied. Ann. 27. p. 191. 1886.

2) du Bois, Wied. Ann. 31. p. 941. 1887.

Widerstand zwischen den Primärelectroden 11,7 Ohm.

" " " Hall-Electroden 11,5 "
 Intensität des Primärstromes 0,0162 Amp.

3. Nickel.

Abstand der Primärelectroden von einander 6 mm.

" " Hall-Electroden " " 6 "

Dicke der Nickelschicht berechnet aus der Maximaldrehung der Polarisationssebene nach den Versuchen des Hrn. du Bois¹⁾ $5,3 \cdot 10^{-6}$ cm.

Widerstand zwischen den Primärelectroden 4,1 Ohm.

" " " Hall-Electroden 6,8 "
 Intensität des Primärstromes 0,0112 Amp.

Die nachstehende Tabelle enthält die Beobachtungsergebnisse.

Drehung in			Feldstärke M in cm g sec.	Hall- Effect φ in cm	Hall-Effect Drehung	Hall- Effect berechnet
Glas und Metall Φ_1	Glas Φ_2	Metall Φ_3			$\frac{\varphi}{\Phi}$	
Eisen.						
3,12°	0,85°	2,27°	5950	14,2	6,55	14,6
4,17°	1,24°	2,98°	8680	20,4	6,97	19,7
6,86°	2,05°	4,81°	14050	30,9	6,45	32,4
8,16°	2,53°	5,63°	17710	38,4	6,83	38,0
8,87°	3,10°	5,77°	21700	39,9	6,92	39,0
					Mittel 6,74	
Kobalt.						
1,363°	0,700°	0,663°	2990	7,6	11,5	7,7
2,249°	1,078°	1,171°	4620	13,0	11,1	13,5
3,810°	1,936°	2,874°	8280	22,0	11,7	21,7
5,685°	3,201°	2,484°	13700	28,4	11,3	28,7
6,783°	4,279°	2,504°	18300	29,5	11,8	29,0
7,474°	4,998°	2,476°	21400	29,9	12,0	28,7
					Mittel 11,6	
Nickel.						
0,562°	0,242°	0,320°	1570	11,0	34,4	11,1
1,286°	0,542°	0,744°	3570	24,1	32,5	25,9
1,740°	0,923°	0,817°	6090	30,2	36,8	28,4
2,432°	1,540°	0,892°	10150	31,0	34,7	31,0
3,292°	2,381°	0,910°	15700	32,0	35,1	31,6
3,933°	3,002°	0,931°	19800	33,1	35,3	32,3
4,309°	3,316°	0,983°	21900	33,4	34,0	34,1
					Mittel 34,7	

1) du Bois, Wied. Ann. 31. p. 941. 1887.

Die Bezeichnung über den einzelnen Columnen ist entsprechend derjenigen der Tabelle für Gold und Silber. Die Feldstärken sind aus den Drehungen der Polarisationssebene in Glas C_2 unter Zuhilfenahme der oben erwähnten Vergleichsglasplatte berechnet.

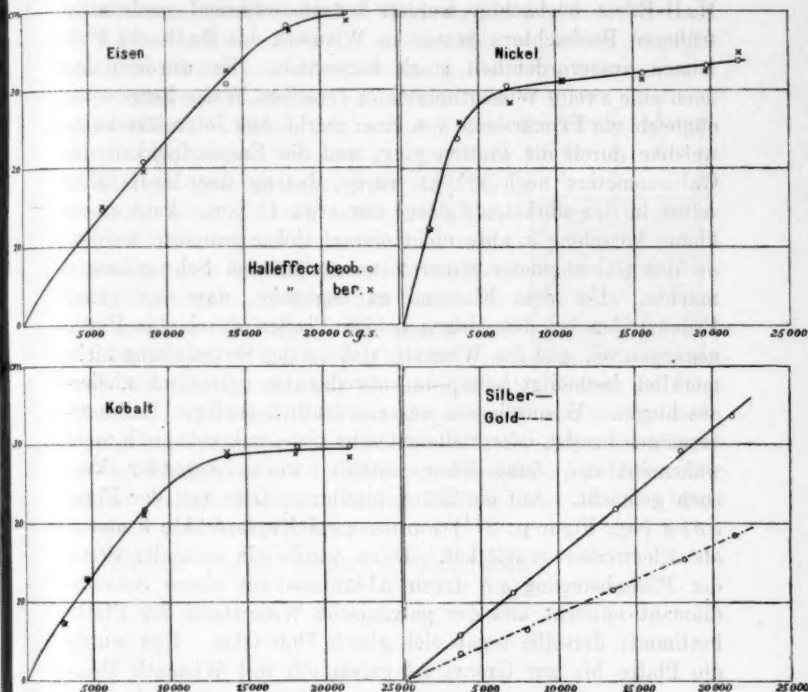
Es darf nicht ausser Acht gelassen werden, dass die Drehungen in den Metallschichten procentisch erheblich ungenauer bestimmt werden, als diejenigen in den Glasplatten bei den Versuchen mit Gold und Silber, wegen der durch die Absorption der Metallschichten bedingten geringen Lichtintensität. Berücksichtigt man dies, so sind die Zahlen der 6. Columnne, der Quotient aus dem Hall-Effect und der Drehung in Metall für jedes einzelne der drei Metalle als constant zu betrachten. Die mit dem Mittel dieser Quotienten, welches unter die Columnne 6 geschrieben ist, multiplicirten Drehungen der Polarisationssebene in den Metallen sind in der Columnne 7 als „berechnete Hall-Effekte“ angegeben, sie entsprechen den Drehungen der Polarisationssebene, welche die benutzten Platten der Metalle geben würden, wenn ihre Dicke entsprechend dem angegebenen Mittelwerthe vergrössert wäre, vorausgesetzt, dass die Platten bis zu diesen Dicken durchsichtig bleiben. Zur besseren Anschaulichkeit sind in beistehenden Figuren a. f. S. die beobachteten Hall-Effekte als Function der Feldstärke eingetragen. Die entsprechenden Punkte sind mit einem kleinen Kreis umschrieben. Gleichzeitig sind in die Figuren die Werthe der Columnne 7 eingetragen und durch ein Kreuzchen bezeichnet. Die Curven durch die ersten Punkte wären als Curven der Hall-Effekte der drei Metalle, die Curven durch die zweiten Punkte als solche der Drehung der Polarisationssebene in denselben zu bezeichnen.

Man sieht, dass innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler beide Arten von Curven hinreichend übereinstimmen.

Es kann somit als erwiesen gelten, dass in den drei Metallen Fe, Co und Ni bei einem gegebenen primären Strom die Hall-Effekte bei Aenderung der Stärke des Magnetfeldes den Drehungen der Polarisationssebene in diesen Metallen, und damit, da diese der Magnetisirung der Platten proportional sind, auch letzterer selbst proportional bleiben.

Eine weitere Vergleichung der Curven mit den von Hrn

du Bois l. c. gegebenen Magnetisierungscurven für Platten aus Fe, Co und Ni und der in ihnen beobachteten Circularpolarisation scheint nicht nöthig.

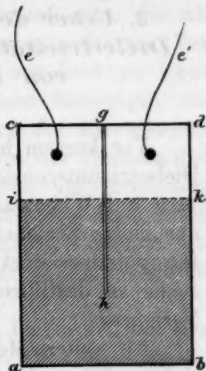


Versuche mit Wismuth.

Aus einer Lösung von weinsaurem Wismuth, der noch etwas Weinsäure und Ammoniak zugesetzt war, wurde auf platinirtem Glas Wismuth galvanisch niedergeschlagen. Leider lassen sich dickere Wismuthschichten auf diese Weise nicht erhalten; der Niederschlag ist nur im Anfang blank und festhaftend, bei längerer Dauer des zersetzenden Stromes wird derselbe schwarz und pulverig. Es wurde nun eine solche Wismuthplatte, die noch ziemlich hell durchsichtig, dabei auf der Oberfläche glatt und spiegelnd war, in derselben Weise wie die anderen benutzten Metallschichten mit Electroden ver-

sehen und zwischen den Polen des Electromagneten auf ihren Hall-Effect untersucht. Es ergab sich das unerwartete Resultat, dass selbst in stärkeren Magnetfeldern nur ein sehr geringer Hall-Effect beobachtet werden konnte, während nach allen früheren Beobachtern gerade in Wismuth das Hall'sche Phänomen ausserordentlich stark hervortritt. Es wurde daher noch eine zweite Wismuthplatte in derselben Weise hergestellt; obgleich ein Primärstrom von einer merklichen Intensität nachweisbar durch die Platten ging, und die Empfindlichkeit des Galvanometers noch erhöht wurde, betrug der Hall-Effect selbst in den stärksten Feldern nur etwa 15 mm. Auch dieser kleine Ausschlag konnte nicht einmal sicher gemessen werden, da das Galvanometer dauernd unregelmässige Schwankungen machte. Um dem Einwand zu begegnen, dass der ganze Primärstrom bei den obigen beiden Platten durch das Platin gegangen sei, und das Wismuth sich an der Stromleitung nicht merklich betheiligt habe, da entweder das galvanisch niedergeschlagene Wismuth ein ausserordentlich geringes Leitungsvermögen besitzt, oder vielleicht sehr viele, mikroskopisch nicht wahrnehmbare, feine Risse enthält, wurde folgender Versuch gemacht. Auf ein Stück platinirtes Glas von der Form $abcd$ (vgl. Figur p. 271) wurden zwei Kupferdrähte e und e' als Electroden angelöthet. Dann wurde ein schmaler Streif der Platinbelegung gh durch Abkratzen mit einem Schreibdiamant entfernt und der galvanische Widerstand der Platte bestimmt; derselbe ergab sich gleich 79,0 Ohm. Nun wurde die Platte bis zur Grenze ik galvanisch mit Wismuth überzogen. Der Widerstand war jetzt 66,9 Ohm. Die mit Wismuth belegte Fläche betrug etwa $\frac{2}{3}$ der ganzen Platte, es würde die Widerstandsabnahme, wenn die ganze Platte mit Wismuth bedeckt gewesen wäre, also etwa $\frac{1}{3}$ mehr betragen, der Widerstand also nahe gleich 61 Ohm sich ergeben haben. Nimmt man diese Zahl an, so berechnet sich der Widerstand der die ganze Platte bedeckenden Wismuthschicht zu 268 Ohm. Da der des Platins gleich 79,0 gefunden ist, so geht von einem Strom, der von 2 Electroden aus, durch die Doppelschicht Platin-Wismuth geschickt wird, $79/268$, d. h. rund $\frac{1}{3}$ durch das Wismuth. Nach dieser Ermittlung wurde die Platte längs der Linie gh zerschnitten und die Wismuthschicht der einen

Hälfte mit Primärelectroden und Hall-Electroden versehen. Es ergab sich auch für diese Platte nur ein ganz geringer Hall-Effect, obgleich nun zweifellos von dem hindurchgesandten Primärstrom ein genügender Theil durch die Wismuthschicht floss. Es scheint also, dass der „Rotationscoefficient“ für galvanisch niedergeschlagenes Wismuth ein ausserordentlich kleiner ist, während derselbe für gegossenes Wismuth im Vergleich zu anderen Metallen sehr gross ist. Zur Controlle habe ich auch noch eine kleine dünne Wismuthplatte gegossen, und mich überzeugt, dass dieselbe einen sehr starken Hall-Effect gab. Welches der Grund des verschiedenen Verhaltens des gegossenen und des galvanisch niedergeschlagenen Wismuth ist, vermag ich nicht zu entscheiden; vielleicht ist derselbe darin zu suchen, dass das gegossene Wismuth stets ausgeprägt krystallinische Structur zeigt, während an dem galvanisch niedergeschlagenen selbst unter dem Mikroskop kein krystallinisches Gefüge zu erkennen ist; doch können hierüber erst weitere Versuche entscheiden.



Berlin, Physik. Institut d. Universität.

3. Ueber den Temperaturcoefficienten der Dielectricitätsconstanten des reinen Wassers; von Friedrich Heerwagen.

Vor kurzem habe ich eine Methode zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten beschrieben¹⁾, bei welcher die Messung auf Widerstandsvergleichen zurückgeführt war, und nur kleine Scalenausschläge eines Differential electrometers zu Interpolationszwecken allein verwendet wurden. Einige Versuche an destillirtem Wasser zeigten die Brauchbarkeit des Verfahrens.

An weitere Messungen bei niederen Temperaturen musste sich zunächst ein besonderes Interesse knüpfen, wegen des Maximums der Dielectricitätsconstanten, welches bei 4° nach der Theorie zu erwarten gewesen wäre. Leider fehlte es mir an Zeit, um die Untersuchung in solchem Umfange durchzuführen, wie ich es wohl gewünscht hätte.

Doch reicht das bisherige Versuchsmaterial aus, um die Frage nach der Gültigkeit der Mossotti-Clausius'schen Formel $d \cdot (K + 2)/(K - 1) = D$, in welcher d die Dichte, K die Dielectricitätsconstante, D eine Constante bedeutet, zu entscheiden. *Diese Gleichung ist auf das Wasser nicht anwendbar*, sofern D als eine von der Temperatur unabhängige Constante aufzufassen ist.

Die Rechnungen von Lebedew²⁾, sowie auch die Messungen von Cohn³⁾ mittels electrischer Schwingungen hatten die Gültigkeit der erwähnten Gleichung in erheblichem Maasse wahrscheinlich gemacht, sodass auch Landolt und Jahn⁴⁾ ihre ausgedehnten Versuchsreihen an organischen Flüssigkeiten nur nach dieser Formel reduciren, und derselben volle Gültigkeit beimessen.

1) F. Heerwagen, Wied. Ann. 48. p. 35. 1893.

2) Lebedew, Wied. Ann. 44. p. 288. 1891.

3) Cohn, Wied. Ann. 45. p. 370. 1892.

4) Landolt u. Jahn, Zeitschr. phys. Chem. 10. p. 289. 1892.

Die am Schlusse meiner ersten Mittheilung erwähnte Versuchsreihe von $14,1^{\circ}$ bis $16,7^{\circ}$ zeigte in ihrem kleinen Intervall von $2,6^{\circ}$ ebenfalls eine vorzügliche Uebereinstimmung mit der theoretischen Curve, sodass ich geneigt war, die Abweichungen einer bei anderer Temperatur ausgeführten Versuchsreihe von jener nicht der Formel zur Last zu legen, sondern kleine constante Fehler in meinen Messungen vermuthete, welche mit jeder neuen Füllung des Electrometers wechselten. Thatsächlich zeigt nun aber die Gesamtheit meiner Beobachtungen — es handelt sich um drei ausgedehnte Versuchsreihen seit der vollen Ausbildung der Methode und der Erkenntniss der anfänglich störenden Einflüsse ¹⁾ — einen ausgesprochen rein linearen Verlauf von K , von $20,8^{\circ}$ bis $4,7^{\circ}$ hinab.

Es muss das überraschen, nachdem Lorenz ²⁾ aus Messungen mit dem Interferentialrefractor das Resultat abgeleitet hat, es hätte der Brechungscoefficient des Wassers n_{Na} bei $+0,014^{\circ}$ ein Maximum, n_{Li} sogar schon bei $+0,171^{\circ}$. Jamin ³⁾ hat früher eine stetige Abnahme von n bei sinkender Temperatur gefunden, aber auch seine Interpolationsformel zeigt ein Kleinerwerden von $\partial n / \partial t$ bei niedrigeren Temperaturen, sie lässt ein Maximum von n bei $-3,3^{\circ}$ berechnen. Eine Concavität der Curve für n gegen die Axe der Temperaturen ist demnach als erwiesen zu betrachten, wenn auch erneute sorgfältige Messungen an verschiedenen Spectrallinien recht erwünscht wären. In der Abhandlung von Lorenz fehlen leider die Beobachtungszahlen, sodass man keine Vorstellung davon gewinnt, wie weit die Coefficienten der Interpolationsformeln Anspruch auf Zuverlässigkeit erheben.

Dagegen ergibt eine genauere Durchsicht der dielectricischen Messungen von Rosa ⁴⁾, dass dieselben mit einer linearen Formel ungleich besser harmoniren, als mit Lebedew's Rechnungen nach Mossotti-Clausius. Zwar zeigen Rosa's Messungen unter einander Differenzen von einigen Procenten,

1) Vgl. F. Heerwagen, Wied. Ann. 48. p. 55. 1893.

2) Lorenz, Wied. Ann. 11. p. 70. 1880.

3) Jamin, Compt. rend. 43. p. 1191. 1856.

4) Rosa, Phil. Mag. (5) 31. p. 188. 1891.

doch ist ihre Gesamtzahl sehr gross, und sie erstrecken sich über das Intervall von 31° bis 3° . Die Resultate sind nur graphisch, in Fig. 7 Taf. VI, mitgetheilt. Trägt man die nach Mossotti-Clausius berechneten Werthe ein, so liegen von 25° bis 7° zufälligerweise sogar *sämmtliche* Beobachtungen *unter*, ausserhalb dieser Grenzen *sämmtliche* Beobachtungen *über* der theoretischen Curve.

Cohn's¹⁾ Messungen der electrischen Wellen gehen von $9,5^{\circ}$ bis $35,3^{\circ}$, es fehlen also tiefere Temperaturen, welche allein entscheiden könnten. Eine lineare Formel, unter Anwendung des aus meinen jetzigen Messungen folgenden Temperaturcoefficienten $(\partial K / \partial t) / K_{17^{\circ}} = 0,00447$, stellt auch diese Beobachtungen etwas besser dar, wie folgende Tabelle zeigt.

Tabelle I.

t	Wellenlänge in Wasser				
	beob.	ber. Cohn	λ	ber. F. H.	λ
$9,5^{\circ}$	33,5	33,5	$\pm 0,0$	33,6	$+ 0,1$
$10,5^{\circ}$	33,7	33,5	$- 0,2$	33,6	$- 0,1$
$16,8^{\circ}$	34,1	33,9	$- 0,2$	34,1	$\pm 0,0$
$19,8^{\circ}$	34,3	34,1	$- 0,2$	34,3	$\pm 0,0$
$27,2^{\circ}$	34,7	34,9	$+ 0,2$	34,9	$+ 0,2$
$31,7^{\circ}$	35,3	35,4	$+ 0,1$	35,2	$- 0,1$
$35,3^{\circ}$	35,7	36,0	$+ 0,3$	35,5	$- 0,2$
			$\Sigma = 1,2$		$\Sigma = 0,7$

Freilich ist auch die Uebereinstimmung mit den theoretischen Zahlen noch sehr befriedigend in Anbetracht der möglichen Versuchsfehler.

Meine weiteren jetzt mitzutheilenden Messungen sind in genau derselben Versuchsanordnung, wie die schon früher beschriebenen, ausgeführt, und zwar zum Theil im letzten Sommer, zum Theil im Winter.

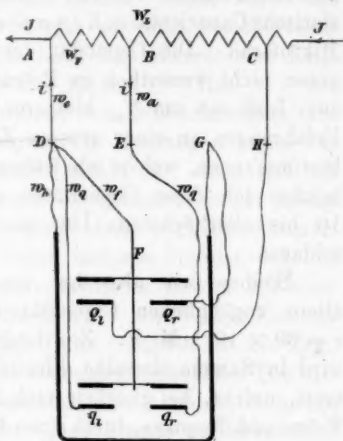
Das Wesentliche meiner Methode bestand darin, dass ich ein Differentialinstrument benutzte, in welchem an *einem* Drahte zwei Electrometernadeln in zwei übereinander angeordneten Electrometern hängen. Nadel, Hülle und je ein Quadrantenpaar (q_1 und Q_1 in der schematischen Figur auf folgender Seite) sind mit einander verbunden und mit dem Punkte A eines Stromkreises.

1) Cohn, Wied. Ann. 45. p. 370. 1892.

Durch Abzweigung von den Punkten *B* und *C* desselben Stromkreises werden die Quadrantenpaare q_r und Q_l geladen. Diese Ladungen streben die Nadel in entgegengesetzten Richtungen zu drehen. Sind die Abzweigungen so angelegt, dass die Nadel in Ruhe bleibt, so ist das *Empfindlichkeitsverhältniss* der zwei Electrometer umgekehrt proportional dem *Verhältniss der Quadrate der in ihnen wirksamen Potentialdifferenzen*, also auch dem Quadrate des Widerstandsverhältnisses zwischen *AC* und *AB*. Dieses Verhältniss ermittelt man einmal, wenn in beiden Electrometern Luft (W_l / W_f), ein anderes Mal, wenn im unteren Electrometer die zu untersuchende Flüssigkeit sich befindet (W_L / W_F). Dann ist die Dielectricitätsconstante der Flüssigkeit

$$K = \left(\frac{W_L}{W_F} \cdot \frac{W_f}{W_l} \right)^2.$$

Die Zuleitungswiderstände w_h , w_f , w_q sind so abgeglichen, dass Hülle, Flügel und die abgeleiteten Quadranten stets auf genau gleichem Potential sich befinden müssen, und die Potentialverluste auf diesen Zuleitungen werden in Rechnung gesetzt. Der Hauptstrom *J*, welcher die ladenden Potentiale lieferte, war im Falle der Versuche an Wasser ein Wechselstrom, der aus einem Transformator kam. Durch die Verwendung inducirter Ströme ist man vor *dauernder* einseitiger Polarisation völlig gesichert; Messungen mit Tourenzahlen von 42—85 in der Secunde liessen noch einen geringen Einfluss vorübergehender Polarisation erkennen, welcher im Anschluss an eine Formel von F. Kohlrausch¹⁾ in Rechnung gesetzt, und daher unschädlich gemacht werden konnte.



1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 143. 1873.

Dass die *electrostatische Capacität* des Electrometers viel zu gering sei, um Electricitätsmengen zur Ladung zu beanspruchen, welche eine merkliche Phasenverschiebung der Potentiale im unteren und oberen Electrometer hätten zur Folge haben können, war leicht zu überlegen. Dies blieb in meiner ersten Abhandlung unerwähnt, und ich möchte den Beweis jetzt nachtragen.

Die auf Quecksilber bezogene Widerstandscapacität des Electrometers betrug, wie früher angegeben, $\Gamma = 99 \times 10^{-8} \Omega$. Der spezifische Widerstand des Quecksilbers ist $1/10630 \Omega$, also die Widerstandscapacität meines Wasserelectrometers in absolutem Maasse $G = 105 \times 10^{-4} [\text{cm}^{-1}]$. Folglich die electrostatische Capacität $C = K/4\pi G = 621 [\text{cm}]$ oder $c = 69 \times 10^{-5}$ Mikrofarad. Die Capacität der Zuleitungen etc., kann hiergegen nicht wesentlich in Betracht kommen, da ihr Dielectricum Luft mit um $1/80$ kleinerer Constante ist. Nach meinen Erfahrungen an einer grossen Zahl von absoluten Capacitätsbestimmungen, welche ich früher zu machen Gelegenheit hatte, möchte ich diese Capacitäten der Grössenordnung nach auf 10 bis allerhöchstens 100 electrostatische Einheiten veranschlagen.

Bleiben wir also bei der einer sicheren Berechnung allein zugänglichen Capacität des Wasserelectrometers von $c = 69 \times 10^{-5}$ M. F. Zur Ladung und Entladung desselben wird in Summa dieselbe Electricitätsmenge in Bewegung gesetzt, welche, bei gleichen nach dem Sinus der Zeit variirenden Potentialdifferenzen, durch einen Widerstand $W_c = 1/2 Nc \times 2/\pi$ fliessen würde, wo N die Anzahl der ganzen Stromperioden pro Secunde bedeutet. Für $N = 85$ wird $W_c = 5,4 \times 10^6 \Omega$. Die aus der angehängten Electrometercapacität folgende Phasenverschiebung im Betrage von $W_F/W_c = 4,5/5,4 \times 10^6 = 0,83 \times 10^{-6}$ ist also ganz verschwindend klein, selbst wenn sie durch die vernachlässigten Zuleitungen oder wegen des von der Sinusform abweichenden Potentialverlaufes auf ein Mehrfaches steigen sollte.

In der weiter unten folgenden Tabelle II gebe ich die Resultate aller Messungen, welche in der definitiven Anordnung der Apparate und besonders bei völlig unveränderter Stellung des Electrometers ausgeführt wurden. Ich gebe hier

nur Mittelwerthe; wie viele Einzelbeobachtungen in der Nähe jeder Mitteltemperatur lagen, ist in der Tabelle angegeben. Die Beobachtungen um $t = 20,75^\circ$ herum sind in Tabelle IV meiner ersten Mittheilung¹⁾ in extenso abgedruckt. Die folgenden zwei Zahlen lieferte eine ausgedehnte Beobachtungsreihe vom 23.—25. Juli 1892, im Laufe welcher einmal das Electrometer entleert, und sogleich mit neuem Wasser gefüllt wurde. Die nach Anbringung der gewöhnlichen Correctionen resultirenden Einzelzahlen für K zeigten keine nachweisbare Differenz. Das Arretiren, Entleeren, Füllen, Lösen der Nadel konnte also die Constante des Electrometers höchstens um wenige Zehntausendstel beeinflusst haben. Dabei waren die anzubringenden Correctionen von sehr merklich verschiedener Grösse, denn vor dem Umfüllen hatte das Wasser eine Leitfähigkeit von $\lambda = 2,5$, hernach nur $1,3 \times 10^{-10}$ Hg.

Die letzten drei Zahlen rühren von Beobachtungen vom 29—31. Jan. 93 her. Vor Beginn der Messungen stand das Electrometer 5 Tage mit Wasser gefüllt da, dann gab ich frische Füllung, und wartete noch $1\frac{1}{2}$ Stunden bis zur ersten Messung. Die Temperaturen sind stets zugleich Zimmertemperaturen, welche letztere schon mehrere Stunden vor den Messungen hergestellt, und durch passendes Heizen mit Gasflammen, resp. durch Fensteröffnen u. s. f. auf wenige Zehntelgrade constant gehalten wurden. Dann regulirte ich die Temperaturen so, dass das am Electrometer befestigte Thermometer, welches mit dem Wassergefäss zusammen in doppelter dicker Wattehülle steckte, stets $\frac{1}{2}$ —1 Stunde auf etwa $0,02^\circ$ constant blieb, ehe ich eine Messung ausführte. Trotzdem mögen jetzt geringe Strömungen in der Flüssigkeit oder dgl. in merklicherer Weise störend gewirkt haben, als bei den völlig constanten Temperaturen der ersten grossen Beobachtungsreihe. Jedenfalls ist die Uebereinstimmung der Einzelbeobachtungen untereinander jetzt geringer.

Ich habe die Mühe nicht gescheut, für die sämmtlichen vorhandenen 61 Beobachtungen ausser einer graphischen Darstellung in grossem Maassstabe auch noch eine lineare Interpolationsformel nach der Methode der kleinsten Quadrate zu berechnen. Das Resultat ist

1) l. c. p. 60.

$$K = 80,878 \quad - \quad 0,362 \quad (t - 17^{\circ})$$

$$\pm 0,010 \quad \pm 0,0024.$$

Der wahrscheinliche Fehler von 0,12 pro Mille, welchen die Rechnung für den absoluten Werth von K ergibt, ist natürlich völlig bedeutungslos, sofern gewiss constante Fehler im Apparate stecken, deren Einfluss leicht mehrere pro Mille betragen mag. So muss z. B. ein constanter Fehler resultiren aus der unvollkommenen Symmetrie der Flügelpaare. Sobald das Metacentrum für den Auftrieb des im Wasser befindlichen unteren Theiles des beweglichen Systems nicht genau in die Verticale Aufhängepunkt-Schwerpunkt fällt, wird beim Eingiessen des Wassers das System sich ein wenig gegen die Verticale neigen. Diese Neigung beobachtet man auch thatsächlich. Dieselbe verändert das geometrische Empfindlichkeitsverhältniss der Luft- und Wasserzelle, wenn auch nur wenig.

In der That, die einzige Beobachtungsreihe, welche zur Zeit einer früheren Justirung des Electrometers ausgeführt wurde, und lange genug nach dem Einfüllen des Wassers fortgesetzt war (vgl. Bd. 48, p. 56), um noch zum Schluss drei als brauchbar zu betrachtende Zahlen zu liefern, gab bei $16,3^{\circ}$ $K = 81,46$, d. i. $0,40 = 0,49$ Proc. grösser, als jetzt gefunden. Die beiden Electrometerflügel waren damals gegenüber der neuen Justirung um 180° gegen einander verdreht. Die neue Stellung gab noch geringere Verlegungen beim Eingiessen des Wassers, und es waren überdies alle Justirungen aufs sorgfältigste ausgeführt, was anfangs noch nicht so sehr der Fall war.

Doch will ich zur Beurtheilung der Constanz dieser wahrscheinlich noch vorhandenen Fehler anführen, dass zwischen den Einzelbeobachtungen und den aus der angeführten linearen Interpolationsformel berechneten Zahlen Differenzen verblieben, deren grösste sich auf $+ 0,33$ und $0,19$, resp. $- 0,23$ und $- 0,22$ beliefen. Als wahrscheinlicher Fehler der Einzelmessungen ergibt sich $\pm 0,076$, d. i. $0,1$ Proc., und thatsächlich liegen von den Differenzen Rechn.-Beob. 32 innerhalb, 29 ausserhalb dieser Grenzen.

Mit Rücksicht hierauf würde ich es selbst dann für erwiesen halten, dass $\partial K / \partial t$ nicht die von der Mossotti-Clausius'schen

Formel verlangte Abhängigkeit von der Temperatur zeigt, wenn die Beobachtungen bei $4,7^{\circ}$ nicht einmal vorliegen würden. Diese aber sind vollends entscheidend. Freilich ist es sehr zu bedauern, dass bei der Herstellung eines Eiswasserbades um das Wasserelectrometer das ganze Instrument mir von seiner Stelle gerückt, und damit eine Fortsetzung der Beobachtungsreihe unmöglich gemacht wurde.

Tabelle II.

Anzahl	t	K beob.	K ber. linear	Δ	K ber. M.-Cl	Δ	\sqrt{K}	\sqrt{K} ber.	$\Delta \cdot 10^3$
26	$20,75^{\circ}$	79,56	79,52	-0,04	79,56	$\pm 0,00$	8,920	8,918	-2
19	$16,35^{\circ}$	81,04	81,11	+0,07	81,40	+0,36	9,002	9,006	+4
7	$14,65^{\circ}$	81,69	81,73	+0,04	82,00	+0,31	9,038	9,040	+2
3	$12,75^{\circ}$	82,44	82,42	-0,02	82,60	+0,16	9,080	9,079	-1
4	$9,85^{\circ}$	83,52	83,47	-0,05	83,29	-0,23	9,139	9,137	-2
2	$4,70^{\circ}$	85,49	85,33	-0,16	83,89	-1,60	9,246	9,240	-6

In Tab. II gibt Col. 1 die Anzahl der Einzelbeobachtungen, Col. 2 die Temperatur, Col. 3 die beobachtete Dielectricitätsconstante. Es folgen die mit der linearen Formel (p. 278) berechneten Werthe, und die Differenzen Rechnung minus Beobachtung. Für $\sqrt{K} = n_{\infty}$ im Sinne von Maxwell's Theorie passt eine lineare Formel noch besser, als für K selbst, wie Col. 8, 9 und 10 zeigen. Doch ist darauf kein Gewicht zu legen, da bei $4,7^{\circ}$ nur zwei Beobachtungen vorliegen. Col. 9 ist berechnet als

$$\sqrt{K} = 8,9932 - 0,0201(t - 17^{\circ}),$$

Col. 6 ist nach der Mossotti-Clausius'schen Formel berechnet, Col. 7 gibt die Differenzen zwischen Theorie und Versuchsergebnissen. Man sieht, wie ausgesprochen die Abweichungen von der Theorie sich geltend machen, und es ist kaum zu erwarten, dass zahlreichere Messungen zwischen 0° und 10° noch eine Concavität der Curve für K gegen die Temperaturaxe aufdecken würden.

Höchst auffallend bleibt es immerhin, dass gerade in dem Gebiet gewöhnlicher Zimmertemperaturen, d. i. in der Nähe von 16° , der beobachtete Temperaturcoefficient mit dem theoretischen übereinstimmt, welcher letztere nur aus der Dichtigkeit und dem

absoluten Werthe von K zu berechnen ist. Doch kann es nicht gestattet sein, gerade daraus einen Schluss auf die innere Berechtigung der Formel $d \cdot (K + 2)/(K - 1) = D$ ziehen zu wollen.

Müssten doch so hohe Dielectricitätsconstanten, wie z. B. die Alcohole und wie Wasser zumal sie aufweisen, schon nach den Annahmen, welche der Ableitung dieser Formel zu Grunde liegen, überhaupt unmöglich sein.

Adler¹⁾ hat kürzlich auf die der Poisson-Mossotti-Clausius'schen Formel analoge Gleichung von Betti aufmerksam gemacht. Dieselbe lautet

$$K = \frac{D}{D - 3d}.$$

Sie vermeidet die Schwierigkeiten, welchen die physische Deutung von D als „Maximaldichte“ der betreffenden Substanz, oder Dichte ihrer Molecüle selbst, ausgesetzt ist. $\partial K / \partial t$ nach Betti ist $3K/(K + 2)$ mal grösser als nach Mossotti-Clausius, also nahe 2,9 mal grösser im Falle des Wassers. Bei 7° würde diese theoretische Curve die beobachtete tangiren. Die Abweichungen im durchmessenen Gebiete werden enorm gross.

Alle Theorien, welche mit der Dichte allein operiren, ohne Rücksicht auf die Temperatur, dürften dem Wasser gegenüber versagen. Damit sind auch die Gültigkeitsgrenzen solcher Formeln für andere Stoffe wieder in Frage gezogen.

Strassburg i. E., Physikalisches Institut. März 1893.

1) Adler, Wied. Ann. 44. p. 173. 1891.

4. *Ueber galvanische Polarisationserscheinungen an einer dünnen metallischen Scheidewand in einem Voltameter; von John Daniel.*

Unter der Ueberschrift: Ein Versuch über electrolytische Polarisation hat Hr. L. Arons¹⁾ in den Verhandlungen der physikalischen Gesellschaft einiges über die Vorgänge mitgetheilt, welche sich an einer dünnen Metallplatte abspielen, die eine von einem galvanischen Strom durchflossene Flüssigkeitszelle der Quere nach durchschneidet. Hr. Arons wies darauf hin, dass die Versuche von mir fortgesetzt würden. Da ich gezwungen bin, meine Arbeit zu unterbrechen, theile ich im Folgenden die bisherigen experimentellen Ergebnisse mit; eine ausführliche Beschreibung sowie die anschliessenden theoretischen Betrachtungen, behalte ich einer späteren Mittheilung vor.

Die Methode war die von L. Arons¹⁾ beschriebene. Der Stromkreis wurde gebildet aus einer Kette von mehreren Accumulatoren, der Zersetzungszelle, einem Zusatzwiderstand und einem passend verzweigten Galvanometer. In der Zersetzungszelle befand sich eine Vorrichtung, welche es gestattete eine Querwand aus Glas einzusetzen. Diese Querwand hatte eine kreisrunde Durchbohrung von 15 mm Durchmesser, welche durch die zu untersuchenden Metallplatten bedeckt werden konnte. Besondere Sorgfalt wurde darauf verwendet, dass der gesammte die Zelle durchfliessende Strom die Bohrung, bezüglich die vorgelegte Metallplatte durchsetzte; wenn eine gleich grosse Glasplatte ohne Durchbohrung eingeschoben war, durfte das Galvanometer nicht den geringsten Ausschlag geben.

Zur Untersuchung kamen bisher Platten verschiedener Dicke von Gold, Platin und Aluminium, zumeist in einer Reihe verschieden concentrirter H_2SO_4 Lösungen. Einige Vorversuche wurden mit Lösungen von $NaCl$, $CuSO_4$, KOH angestellt.

1) L. Arons, Wied. Ann. 46, p. 169. 1892.

2) l. c. p. 170.

Hatte man bei dem eingeschalteten Hülfswiderstand w_1 Ohm die Stromintensität i Ampère erhalten, solange die Durchbohrung der Glasplatte unbedeckt war, und erhielt man nach Bedeckung derselben mit dem betreffenden Metall dieselbe Stromstärke i , wenn nur noch w_2 Ohm eingeschaltet waren, so ergibt sich die (doppelseitige) Polarisations e an dem Metall in Volt aus

$$e = i(w_1 - w_2).$$

Die wichtigsten Ergebnisse meiner bisherigen Versuche sind folgende:

Sehr dünne Bleche von Gold, Platin und Aluminium zeigen unter den Versuchsbedingungen keine Polarisations, selbst bei erheblicher Stromdichte (0,1 Amp./cm²); für das untersuchte Gold¹⁾ lag die Dicke²⁾, unterhalb deren die Polarisations ausbleibt, zwischen 0,045 mm und 0,034 mm, für Platin zwischen 0,015 und 0,002 mm, bei Aluminium oberhalb 0,035 mm. Bei Goldplatten von 0,04 mm Dicke scheint eine gegenseitige Beeinflussung der Polarisations an beiden Seiten nicht mehr stattzufinden.

Bei den besonders ausführlich untersuchten Goldplatten ergab sich:

a) Bei „dicken“ Platten (0,04 mm und mehr) ändert sich in weiten Grenzen die Polarisations nur wenig mit der Stromdichte (0,005—0,1 Amp./cm²), vorausgesetzt, dass der stationäre Zustand abgewartet wird.

b) Bei dünneren Platten bis herab zur „kritischen Dicke“ ist die Stärke der Polarisations innerhalb derselben Grenzen eine Function der Stromdichte; bei dünnen Platten eine lineare Function.

Als Beispiel seien eine Reihe von Beobachtungen in 30% H₂SO₄ Lösung angeführt:

In der Tabelle enthält die erste Horizontalreihe die Stromdichte, die erste Verticalreihe die Dicke der Goldplättchen in mm; die übrigen Zahlen geben die entsprechenden Werthe der (beiderseitigen) Polarisations e (vgl. obige Formel) in Volt.

1) Die Goldplatten waren von Hrn. Goldschläger Müller in Dresden auf Bestellung geschlagen; das Material enthielt ⁹⁹⁹/₁₀₀₀ reines Gold.

2) Die geringen Dicken sind aus Wägungen grösserer Stücke berechnet.

Stromdichte in Amp./cm².

Dicke der Goldplatte in mm	0,09	0,05	0,03	0,02	0,009	0,004
0,024	3,05 Volt	2,96	2,98	2,86	2,79	2,72
0,004	2,43 „	2,35	1,72	1,41	0,83	0,37
0,0004	0,71 „	0,38	0,25	0,15	0,06	0,03

Bei einem Goldblättchen von 0,05 mm konnte keinerlei Polarisation wahrgenommen werden; als nach 2 $\frac{1}{2}$ stündigem Durchgang eines Stromes von 0,15 Amp. ohne Stromunterbrechung das Blättchen mit einem Glasstab durchstossen wurde, zeigte sich keine Schwankung des Galvanometers. Es sei darauf hingewiesen, dass die Dicke dieses Blättchens gleich dem Radius der „molekularen Wirkungssphäre“ nach Plateau und Quincke ist (Wüllner, Experimentalphysik I § 77). Wie in H₂SO₄ zeigte das Plättchen von Au, Pt und Al unterhalb der angegebenen Grenzen keine Polarisation in Lösungen von KOH (spec. Gew. 1,11) NaCl (spec. Gew. 1,12) und Cu SO₄ (spec. Gew. 1,12). Selbst nachdem ein Strom von $\frac{1}{2}$ Amp. während einer halben Stunde die Zelle durchflossen hatte, war an dem Plättchen keine Spur von niedergeschlagenem Cu zu bemerken. Dabei musste aber der auf dem Glas aufliegende Rand des Metalls mit Sigellack bedeckt sein; war dies nicht der Fall, so schied sich hier Cu ab (die Seite der Scheidewand, auf welche das Metall aufgelegt worden, stand stets der Anode gegenüber), während auf der anderen Seite O frei wurde, welcher das dünne Au- und Al-Blättchen zerstören konnte.

5. *Unpolarisirbare electrolytische Zellen unter dem Einflusse der Centrifugalkraft; von Th. Des Coudres.*

Nachdem die Maxwell'schen Versuche eine eigentliche Trägheit der im Metalldrahte fliessenden Electricität aufzufinden, negativ ausgefallen waren, hat wohl zuerst O. Lodge ¹⁾ das entsprechende Problem für die Leiter zweiter Klasse discutirt und auf die grosse Wahrscheinlichkeit eines „electrolytischen Momentes“ hingewiesen. Von ihm in dieser Richtung angestellten Experimente ²⁾ dagegen führten zu keinem Resultate. Sodann gelangten Colley ³⁾ und Herz ⁴⁾ zu dem Schlusse, dass der kinetischen Energie eines galvanischen Stromes in Electrolyten jedenfalls ein nicht unbeträchtlicher aus Aequivalentgewichten und Ueberführungszahlen vorausberechenbarer Werth zukommt.

Colley legte weiter dar, wie bei beschleunigter Bewegung eines Electrolyten die Trägheit des von ihm sogenannten „überschüssigen“ Ions ⁵⁾ zu electromotorischen Kräften Anlass geben muss. Er führte aus, in welchem Sinne diese Kräfte den von Maxwell ⁶⁾ mit Y_{mc} bezeichneten Grössen entsprechen. ⁷⁾ Endlich hat Colley das Vorhandensein solcher Kräfte auch experimentell nachgewiesen: ein mit Cadmiumelectroden versehenes verticales Glasrohr voll Jodcadmiumlösung wurde etwa zwei Meter hoch herabfallen gelassen, während die Electroden mit einem empfindlichen Spiegelgalvanometer verbunden waren. Die dabei beobachteten Ausschläge betrugen allerdings höchstens einen Scalenthail. Diese Kleinheit der Wirkung und die

1) O. Lodge, Phil. Mag. (5) 2. p. 367. 1876.

2) O. Lodge, Mod. views of Electricity 2 ed. p. 328. 1892.

3) Colley, Beibl. 5. p. 457. 1881.

4) Herz, Wied. Ann. 14. p. 590. 1881.

5) Colley, Wied. Ann. 17. p. 56. 1882.

6) Maxwell, Lehrb. d. El. u. d. Magn. § 577. Deutsche Ausgabe. 2. Aufl. p. 268. 1889.

7) Ausser l. c. auch Beibl. 6. p. 889. 1882.

Schwierigkeiten der Versuchsanordnung mögen bisher von einer Wiederholung der (was z. B. den Freiheitsgrad der Ionen angeht) principiell wichtigen Experimente abgehalten haben.¹⁾

§ 1.

Um weit grössere und behufs leichter Messbarkeit constante Werthe der Maxwell'schen Kräfte Y_{me} zu erhalten, empfiehlt es sich, der electrolytischen Zelle anstatt der ungleichförmigen geradlinigen Bewegung vielmehr eine gleichförmige Rotationsbewegung zu ertheilen. Befinden sich die beiden Electroden in den (ungleichen) Entfernungen r_1 und r_2 cm von der Drehungsaxe, so wird durch die lebendige Kraft der materiellen Electricitätsüberträger in der Lösung eine electromotorische Kraft \mathfrak{A} geweckt werden von ebensoviel absoluten Einheiten, als die Grösse der in cm g sec gemessenen Arbeit beträgt, welche gegen die Centrifugalkraft geleistet wird, wenn die Electricitätsmenge Eins durch die Zelle passirt; das heisst:

$$(1) \quad \mathfrak{A} = q \{ (1 - n) \cdot \text{Kat} - n \cdot \text{An} \} \int_{r_1}^{r_2} r v^2 dr \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-2} \\ = 2q\pi^2 (r_2^2 - r_1^2) \{ (1 - n) \cdot \text{Kat} - n \cdot \text{An} \} m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt},$$

q ist hier die mit einer absoluten Electricitätseinheit (= 10 Coulomb) wandernde Wasserstoffmenge in Grammen; Kat und An bedeuten die auf $H = 1$ bezogenen Aequivalentgewichte von Kation und Anion; n die Ueberführungszahl des Anions, v die Winkelgeschwindigkeit der Rotationsbewegung, m die Tourenzahl pro Secunde.

Für Jodkadmium ist Kat = 112, An 254 und bei einigermaassen concentrirter Lösung $n > 1$. Ein Glasrohr von 20 cm Länge mit Kadmiumelectroden an beiden Enden, radial auf der Scheibe einer Centrifugalmaschine befestigt, so dass die der Axe zugekehrte Electrode 10 cm von dieser absteht, muss also mit Jodkadmiumlösung beschickt bei nur fünf Umdrehungen in der Secunde eine electromotorische Kraft von über ein zehntel Millivolt liefern. Schaltet man eine grössere Anzahl solcher Centrifugalzellen hintereinander und wendet

1) Vgl. auch Wiedemann, Die Lehre von der Electricität 4. p. 1165. 1885.

etwas erheblichere Rotationsgeschwindigkeiten an, so wird man daher Wirkungen erwarten können, wie sie schon ein gut astasirtes Vorlesungsgalvanometer anzuzeigen im Stande ist.

In dieser Richtung angestellte Versuche führten in der That zu recht befriedigenden Ergebnissen. Fig. 1 ist eine Querschnittsskizze des benutzten Apparates. Die Gestalt der Glasröhren *A, B* mit den eingeschmolzenen Platindrähten *p* war dadurch bedingt, dass die Electroden aus reichhaltigem, aber noch vollständig flüssigem Cadmiumamalgam bestehen müssen. Nur dann liessen sich ihre jeweiligen Ungleichheiten durch einfaches Umschütteln immer rasch genug beseitigen, um den

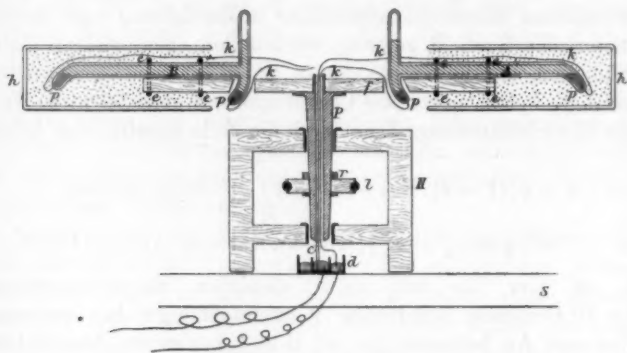


Fig. 1.

Effect $Y_{m,e}$ jederzeit wenigstens qualitativ und der Grössenordnung nach vorführen zu können. Feste (amalgamirte) Electroden zeigten selbst nach tagelangem Kurzschluss mit jeder Erschütterung veränderliche „Polarisationen“ von solchem Betrage, dass durch sie die Grösse \mathcal{A} völlig verdeckt wurde. Die Elemente *A, B* waren mit weichen Kupferdrähten *e* leicht lösbar auf der dünnen Holzscheibe *f* befestigt. Die Verbindungsweise der beweglichen und der festen Theile des Stromkreises ist aus der Zeichnung ersichtlich. Die Poldrähte *k* liefen isolirt durch die centrale Bohrung der messingenen Rotationsaxe *P* und tauchten dann in zwei concentrische, mit dem Thomson'schen Zweinadelgalvanometer verbundene Quecksilbernäpfchen *c* und *d* ein. *h* sind Papphülsen. Sie mussten locker

mit Watte gefüllt über die Glasröhren *A*, *B* geschoben werden zum Schutze gegen äussere Temperatureinflüsse bei der Rotation. Ohne diese Vorsichtsmaassregel erwärmten sich die äusseren Electroden infolge der Reibung an der Luft, was besonders bei länger andauernder Rotation zu sehr störenden Thermoströmen Veranlassung gab. Die in eine Aussenwand des Institutsgebäudes eingemauerte Steinplatte *S* diente dem Holzrahmen *H* und den Näpfchen *c*, *d* als möglichst erschütterungsfreie Grundlage, während das Schwungrad, welches mittels der Transmissionsschnur *l* die Rolle *r* in Bewegung setzte, auf einem Tische mitten im Zimmer unmittelbar neben dem Beobachtungsfernrohre angeschraubt war.

Den Grad der Uebereinstimmung von Theorie und Beobachtung wird man auf Grund folgender für eine der geprüften Jodkadmiumzellen erhaltenen Mittelwerthe beurtheilen können:

$$r_1 = 9 \text{ cm}; \quad r_2 = 31 \text{ cm};$$

Concentration der Lösung:

1 Gewichtstheil Salz auf 3,6 Gewichtstheile Wasser;

bei den Umdrehungszahlen	5,8	3,87	2,9 pro Sec.
wurden die electromotorischen Kräfte	155	75,3	37,4 Mikrovolt

beobachtet. Die Galvanometerempfindlichkeit betrug meist 1 mm = 2,5 Mikrovolt und die Einzelbestimmungen wichen nur selten um mehr als 10 Proc. vom Mittelwerthe ab. Setzen wir für die betrachtete Jodkadmiumlösung $n = 1,15^1)$, so hätten

die electromotorischen Kräfte	155	75,3	37,4 Mikrovolt
schon bei den Umdrehungszahlen	5,2	3,7	2,6 pro Sec.

erreicht werden müssen. Auch die sonst noch untersuchten Jodkadmiumzellen lieferten stets kleinere electromotorische Kräfte als der Formel (1) entsprechen würden. Möglicherweise rührt dies jedoch nur her von Fehlern bei Bestimmung der Tourenzahl. Das Schwungrad war nach dem Takte eines Metronomes mit der Hand gedreht und aus seiner Rotationsgeschwindigkeit die der Ionencentrifuge berechnet worden.

1) Hittorff, Pogg. Ann. 106. p. 543. 1859.

Ein schwaches Gleiten des Schnurlaufes blieb aber trotz dessen möglichst straffer Spannung immerhin nicht ganz ausgeschlossen.

§ 2.

Die in einer excentrisch rotirenden Zelle von der Centrifugalkraft hervorgerufenen electromotorischen Kräfte scheinen ein bequemes Mittel zur Bestimmung von Ueberführungszahlen. Für quantitative Messungen bestimmte Apparate müssten natürlich stabiler und nach mehreren Richtungen hin zweckmässiger gebaut sein als der Apparat, mit welchem Verfasser arbeitete. Die strahlig angeordneten Zellen würden in eine grosse Dose mit doppelten Wandungen einzuschliessen sein, um den Einfluss der Luftreibung völlig zu beseitigen. Symmetrie und hinlänglich grosses Trägheitsmoment der rotirenden Theile hätten eine genügende Gleichförmigkeit der Bewegung zu gewährleisten. Die wohl immer missliche Bestimmung der jeweiligen Umdrehungsgeschwindigkeit kann umgangen werden. Man führt vier Drähte durch die Axe nach vier Quecksilbernäpfchen und bringt auf der Centrifuge zugleich mit dem zu untersuchenden noch ein Element von bekannter centrifugalelectromotorischer Kraft an. Beide Elemente lassen sich dann nach einer Compensationsmethode mit einander vergleichen unabhängig von der Tourenzahl. Zwei gleiche Jodkadmiumzellen (deren jede für sich recht bedeutende Galvanometerausschläge bei der Rotation gab) compensirten sich bei Gegeneinschaltung auf der im vorigen Paragraphen beschriebenen Centrifuge z. B. so vollständig, als es die zufälligen Störungen gestatteten.

Die praktische Durchführbarkeit von Ionenbeweglichkeitsbestimmungen mit der Centrifugalmaschine wird in jedem Falle davon abhängen, ob man Electroden findet, welche gegen den Electrolyten eine auf etliche Mikrovolt constante und von Erschütterungen genügend unabhängige Potentialdifferenz aufweisen. Mit salpetersauren Quecksilberoxydullösungen angestellte Versuche waren vollständig negativ ausgefallen. Jede Erschütterung einer solchen Zelle gab zu regellos wechselnden Galvanometerausschlägen Veranlassung. Metall und Electrolyt befanden sich offenbar nicht in chemischem Gleichgewichte.¹⁾

1) Auch zu exacten Messungen über die Abhängigkeit der „Lösungsspannung“ einer flüssigen Electrode vom hydrostatischen Drucke (Wied.

Unsere Unsicherheit schon über die chemische Constitution derartiger Lösungen ¹⁾ und die Unkenntniss ihrer Leitfähigkeitsverhältnisse liessen weiteres Herumprobiren als verfrüht erscheinen.

Flüssiges Kupferamalgam bedeckt sich in sauerstoffhaltiger Kupfersulfatlösung nach längerem Stehen mit einem leuchtend rothen krystallinischen Pulver (wohl Kupferoxydul). Auskochen des Electrolyten unter geringem Drucke und Einfüllen in die zuvor mit der Quecksilberluftpumpe evacuirte Zelle ermöglichten jedoch die Herstellung von Elementen: Cu-Amalgam — CuSO_4 — Cu-Amalgam, mit denen der Centrifugaleffect wenigstens der Grössenordnung nach zu bestimmen war. Es wurde die Differenz der Galvanometereinstellungen bei langsamer (2,9 Umdrehungen in der Secunde) und bei rascher (5,8 Umdrehungen in der Secunde) Rotation der Centrifuge verglichen mit der entsprechenden Differenz für eine Jodkadmiumzelle. Beim Uebergange von vollständiger Ruhe zur Bewegung und umgekehrt traten nämlich auch bei luftfreien Zellen Galvanometerschwankungen ein, welche jede Beobachtung unmöglich machten. Vielleicht spielen hierbei nicht nur eigentlich chemische Vorgänge (Unreinheit des Materiales, Occlusion von Gasen) eine Rolle, sondern auch die Veränderlichkeit der Grösse der Berührungsfläche von Metall und Salzlösung infolge der Erschütterungen ist möglicherweise von Einfluss auf die jeweilige Potentialdifferenz zwischen beiden. ²⁾ Genügend feine Capillarmeniskens als Electrodenoberflächen würden dann von Erschütterungen weniger störend beeinflusst werden müssen. Dass die Wirkungen beim Kupfervitriol (20 proc. Lösung) nur ein Fünftel etwa von denen beim Jodkadmium (25 proc. Lösung) betrugen, mag immerhin als eine qualitative Bestätigung der Theorie gelten.

Weit günstiger erwiesen sich die Verhältnisse endlich bei Jodkadmium. Hier sanken die durch Bewegungen der Amalgam-

Ann. 46. p. 295. 1892) scheint die genannte Combination darum nicht sonderlich geeignet.

1) W. Reuss, Beiträge zur Kenntniss der salpetersauren Quecksilberoxydulsalze. Inauguraldiss. Freiburg 1886.

2) Vgl. Ostwald's Tabelle dieser Grössen: Ber. der mathem. phys. Klasse der sächs. Acad. d. Wissensch. 1893. p. 58. Man beachte die dortige Reihenfolge der Metalle.

oberflächen veranlassten electromotorischen Kräfte auch ohne sorgfältiges Auskochen weit unter die Grösse der centrifugal-electromotorischen Wirkungen. Eine hermetisch verschlossene Zelle brauchte nur einige Tage zu stehen und öfters umgeschüttelt zu werden. Es bildete sich dann ein reichlicher Absatz von unlöslichem Cadmiumhydroxyd und nach Aufzehrung des Sauerstoffes verhielt sich die Zelle wie eine ausgekochte.

§ 3.

Ausser der bisher betrachteten so zu sagen directen electromotorischen Wirksamkeit der Centrifugalkraft auf eine (für genügend kleine Stromdichten unpolarisirbare) galvanische Zersetzungszelle muss diese Kraft aber auch noch in anderer (gewissermaassen indirecter) Weise das Potentialgefälle im Electrolyten beeinflussen.

Zur anschaulichen Begründung dieses Satzes wenden wir

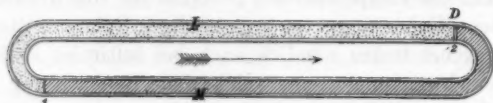


Fig. 2.

auf das Schema Fig. 2 die bekannte Betrachtungsweise an, deren sich zuerst Lord Kelvin bedient hat bei Ableitung des Zusammenhanges zwischen Dampfdruck und Oberflächenspannung. Das in sich zurücklaufende Glasrohr *LM* enthält im Schenkel *M* ein flüssiges Metall (etwa Quecksilber), der andere Schenkel ist mit einer Salzlösung desselben Metalles angefüllt. Das Diaphragma *D* an der Grenze 2 sei undurchdringlich für das Metall, durchlässig für die Lösung. Der Schliessungskreis möge um eine ausserhalb gelegene Axe rotiren, so dass die Centrifugalkraft in Richtung des Pfeiles wirkt. Die Abstände der beiden Metalloberflächen 1 und 2 bezeichnen wir wieder mit r_1 und r_2 , mit m die Umdrehungszahl des Schemas pro Sec.

Kurz nach Beginn der Rotation d. h. so lange Diffusionsvorgänge von erheblicher Grösse noch nicht abgelaufen sein können, kommt zu der im electrolytischen Theile des Stromkreises wirksamen electromotorischen Kraft

$$\mathcal{E} = 2 q \pi^2 (r_2^2 - r_1^2) \{ (1 - n) \cdot \text{Kat} - n \cdot \text{An} \} m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

nur noch die electromotorische Kraft hinzu, welche vom verschiedenen hydrostatischen Drucke herrührt, unter dem das flüssige Metall an den Electroden 1 und 2 steht. Sie beträgt¹⁾

$$(2) \quad -\mathfrak{E} = -2q\pi^2(r_2^2 - r_1^2)\text{Kat. m}^2 \cdot 10^{-6} \text{ Volt},$$

wenn wir das positive Vorzeichen einer electromotorischen Kraft geben, sofern sie die positive Electricität in der Richtung 1 *L* 2 *M* 1 zu treiben strebt. Die Grössen \mathfrak{A} und $-\mathfrak{E}$ ergänzen sich im Allgemeinen nicht zu Null, ja sie werden sogar meist beide dasselbe Vorzeichen haben. Bei Abwesenheit äusserer electromagnetischer Kräfte ist uns aber von directen Umwandlungen der Bewegungsenergie eines rotirenden Körpers in electrische Arbeit nichts bekannt. Nach genügend lang andauernder Rotation muss daher unser Schliessungskreis stromlos werden: zu den electromotorischen Kräften \mathfrak{A} und $-\mathfrak{E}$ muss noch eine dritte Kraft

$$(3a) \quad \mathfrak{C} = \mathfrak{E} - \mathfrak{A} \\ = 2q\pi^2(r_2^2 - r_1^2) \cdot n(\text{Kat} + \text{An})m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

hinzukommen. Sie rührt offenbar her von den Concentrationsverschiedenheiten, die unter dem Einflusse der Centrifugalkraft an den Electroden entstehen werden.

Hat man die Abhängigkeit der electromotorischen Kraft \mathfrak{C} eines Concentrationselementes von den Concentrationen c_1 und c_2 an den Electroden für ein Salz empirisch ermittelt, so kann demnach die Formel

$$(3b) \quad \mathfrak{C} = f(c_1, c_2) = 2q\pi^2(r_2^2 - r_1^2)n(\text{Kat} + \text{An})m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

dazu dienen, um c_1 und c_2 zu berechnen. Es erscheint auf diese Weise möglich Theorien über den Einfluss äusserer Kräfte auf die Concentrationsvertheilung in Lösungen²⁾ an der Erfahrung zu prüfen. Unser Endresultat aber ist dieses:

1) Des Coudres, Wied. Ann. 46. p. 292, 1892.

2) Die z. B. von Gibbs 1876 (Ostwald, deutsche Ausg. der thermodyn. Studien (p. 171, 1892) von Gouy u. Chaperon (C. R. 105 p. 117, 1887) und von Duhem (J. de phys. (2) 8. p. 391. 1888) über den Einfluss der Schwere auf die Concentration von Lösungen angestellten Betrachtungen gestatten ja eine directe Uebertragung auf den Fall der Centrifugalkraft. Umgekehrt ist der Inhalt vorliegenden Paragraphes zugleich die weitere Ausführung einer jüngst (Wied. Ann. 46. p. 296. 1892) über die electromotorische

Die electromotorische Kraft eines Centrifugalelementes von der Construction Fig. 1 betrug beim Beginne der Bewegung (Anfangswirkung)

$$\mathfrak{A} = 2 q \pi^2 (r_2^3 - r_1^3) \{ (1 - n) \text{Kat} - n \text{An} \} m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Sie muss sich jedoch auch bei ungeschlossenem Stromkreise wo „Polarisationen“ nicht in Frage kommen mit der Zeit (wenn auch nur langsam) ändern und asymptotisch dem Werthe

$$(4) \quad \mathfrak{A} + \mathfrak{E} = \mathfrak{S} = 2 q \pi^2 (r_2^3 - r_1^3) \text{Kat} m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

zustreben (Schlusswirkung). Hält man die Maschine nach Erreichung dieses Zustandes an, so wird das Galvanometer die vom Konzentrationsgefälle im Electrolyten herrührende electromotorische Kraft

$$\mathfrak{E} = 2 q \pi^2 (r_2^3 - r_1^3) \cdot n (\text{Kat} + \text{An}) m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

anzeigen (Concentrationswirkung).

Bei Salzen wie z. B. Jodcadmium, wo $\text{Kat} < n(\text{Kat} + \text{An})$ ist, haben demnach \mathfrak{A} und \mathfrak{S} entgegengesetztes Vorzeichen. Die nach hinreichend lange bestehender Rotation von der Centrifugalkraft dauernd aufrecht erhaltene Potentialdifferenz ist von umgekehrter Richtung als die, welche anfangs von ihr geweckt wird.

§ 4.

Es liegt nahe, auf Gleichung 3b die Nernst'sche Theorie der Concentrationsketten¹⁾ anzuwenden und zu schreiben

$$(5) \quad \mathfrak{E} = f(c_1, c_2) = 0,86 T \cdot 2 n \ln \frac{p_2}{p_1} \cdot 10^{-4} \text{ Volt}$$

$$= R T q 2 n \ln \frac{c_2}{c_1} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

wo $p_1 p_2$ die „osmotischen Drucke“ der Salzlösung an den Electroden, $R \cdot T$ den Druck eines „idealen“ Gases bei T° absoluter Temperatur und einem Grammoecül im Kubikcentimeter bezeichnen. Für so verdünnte Lösungen, wie sie bei den Nernst'schen

Wirksamkeit der Schwerkraft in Electrolyten gemachten Bemerkung. Schlechtweg zu berichtigen ist in genanntem Hinweise das über Colleys Versuche gesagte. Auch bei seinen Versuchen über die Arbeitsleistung bewegter Ionen gegen die Gravitation hat nämlich Colley — um in der Sprache obiger Formeln zu reden — Anfangseffecte (\mathfrak{A}) und nicht Schlusseffecte (\mathfrak{S}) beobachtet.

1) W. Nernst, Ostw. Zeitschr. 4. p. 154, 1889.

Formeln vorausgesetzt sind ¹⁾ läuft die Berechnung des von der Centrifugalkraft angestrebten Concentrationsverhältnisses c_2/c_1 nämlich mit sehr grosser Annäherung darauf hinaus, die Aenderung des Druckes P in einem Gase vom Moleculargewichte $M = \text{Kat} + \text{An}$ und der constanten Temperatur T zu bestimmen, wenn auf die Masseneinheit die Kraft $4\pi^2 m^2 r$ in der Richtung r wirkt:

$$(6) \quad dP = 4\pi^2 m^2 r \cdot \frac{PM}{RT} \cdot dr$$

$$\log \text{nat} \frac{P_2}{P_1} = 2\pi^2 (r_2^2 - r_1^2) m^2 \frac{M}{RT}$$

Nur muss für R vielmehr $2R$ gesetzt werden, da die Erfahrung lehrt, dass in ideal verdünnten Lösungen binärer Electrolyte der osmotische Druck doppelt so gross ist, als der Druck eines Gases von gleich viel Moleculen in der Raumeinheit. Machen wir also in Gleichung 4) die Substitution

$$(7) \quad \log \frac{c_2}{c_1} = 2\pi^2 (r_2^2 - r_1^2) \frac{\text{Kat} + \text{An}}{2RT} m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

so wird in Uebereinstimmung mit Gleichung 3)

$$\mathcal{E} = 2q\pi^2 (r_2^2 - r_1^2) n(\text{Kat} + \text{An}) m^2 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es sei gestattet, einige rein formale Bemerkungen anhangsweise folgen zu lassen. Die Beziehung 1) kann offenbar auch ausgesprochen werden: So lange bei einem rotirenden Electrolyten die Concentration noch durch die ganze Masse die gleiche ist, so lange besteht zwischen den Polgegenden und der äquatorialen Zone eine Potentialdifferenz

$$(8a) \quad E_a = 2q\pi^2 (r_2^2 - r_1^2) \{(1-n)\text{Kat} - n\text{An}\} m^2 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Eine ähnliche Fassung der Gleichung 4) ist wenigstens für sehr verdünnte Lösungen mit Hilfe der Nernst'schen Concentrationskettentheorie möglich. Der Hauptvorzug dieser Theorie gegenüber der viel allgemeingültigeren v. Helmholtz'sens besteht ja gerade darin, dass sie die electromotorische Kraft eines Concentrationselementes in ihre Componenten zu zerlegen gestattet. Die Differenz der beiden an den Electroden wirkenden Kräfte ²⁾ hat die Grösse

1) Nernst, l. c. p. 132.

2) Nernst, l. c. p. 161.

$$0,860 T \ln \frac{p_2}{p_1} \cdot 10^{-4} \text{ Volt}$$

$$= R T q \ln \frac{c_2}{c_1} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wird dieser Betrag unter Berücksichtigung der Relation 7 vom Werthe Ⓢ (Gleichung (4)) abgezogen, so erhalten wir die in einem genügend lange Zeit rotirenden „idealen“ Electrolyten zwischen Polen und Aequator bestehende Potentialdifferenz

$$(8b) \quad E_s = q \pi^2 (r_2^2 - r_1^2) (\text{Kat} - \text{An}) m^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die Formeln 8 lassen sich jedenfalls auch direct aus den Grundannahmen der Nernst'schen Hypothese von der electromotorischen Wirksamkeit der Ionen ableiten. Nernst selbst hat wiederholt¹⁾ ausgesprochen, es sei ein Leichtes, auf seinen Fundamentalprincipien fussend die in einem rotirenden Electrolyten auftretenden electrostatischen Ladungen zu berechnen.

Endlich mag noch darauf hingewiesen werden, dass das Verhalten electrolytischer Zellen unter dem Einflusse von Centrifugalkräften einige der von H. v. Helmholtz²⁾ aufgefundenen wichtigen Beziehungen zwischen der lebendigen Kraft cyklischer Systeme und der absoluten Temperatur zum mindesten bildlich zu veranschaulichen geeignet ist. Auch bei einem electrolytischen Thermoelemente

	warm		kalt
Metall	Metallsalzlösung	Metall	

sind z. B. eine Anfangswirkung und eine Endwirkung zu unterscheiden. Experimentell hat man Fälle letzterer Art, wo im gesammten Electrolyten d. h. in seinen kalten und in seinen warmen Theilen derselbe osmotische Druck herrscht, allerdings noch nicht untersucht und das Experiment würde hier wohl theoretischen Erwägungen voran zu gehen haben.

1) Nernst, Zeitschr. f. physikal. Chem. 2. p. 637, 1888 und 4. p. 190, 1889 Sitzber. Berlin. Akad. 1889 p. 84.

2) H. v. Helmholtz, Journal für r. u. a. Mathematik 97. p. 111, 317. 1884.

6. Ueber electrische Entladungen; von K. Wesendonck.

Hrn. A. Heydweillers verdienstliche Arbeiten über electrische Entladungen veranlassen Verfasser dieses zu einigen Bemerkungen und Mittheilungen, die er sich in dem Folgenden darzulegen erlaubt.

In Bezug auf die vielumstrittenen polaren Unterschiede, gelangt Hr. Heydweiller¹⁾ zu Resultaten, welche sich mit denen, die Verfasser gefunden, vielfach decken, deren aber nur theilweise Erwähnung gethan wird. So ist in der Abhandlung Wied. Ann. 30. p. 1—51. 1887 nicht nur für reine Funken dargethan worden, dass polare Differenzen dabei ausbleiben, sondern dasselbe wurde auch für andere Entladungsarten beim Ausströmen in die freie Atmosphäre an einer kleinen Kugel nachgewiesen (p. 34. Anm. l. c.). Vorher (p. 32 u. 33) ist ferner angeführt, wie bei gegebenem Electricitätszufluss die positiven Potentiale bald grösser, bald gleich, bald sogar kleiner als die entsprechenden negativen sind; p. 39 heisst es dann, dass die höheren positiven Angaben des Electrometers nur so lange auftreten, als die Platte sich in einer gewissen Nähe der Spitze befindet, und erscheine diese Differenz lediglich als eine Folge der Influenz. Weiter folgt p. 46 der Hinweis, auch Isolatoren könnten ähnliche Wirkungen ausüben, und p. 41 wird bemerkt, bei Entladung in die freie Luft, brauche das positive Potential nicht mehr höher zu sein als das negative und je nach Umständen seien recht verschiedene Verhältnisse der Potentiale möglich. Nur bei feinen Spitzen zeigte sich unverkennbar, dass sie eine Verstärkungsflasche auch gegen die Zimmerdecke hin schneller und vollständiger entluden, wenn jene negativ geladen war, obwohl in dem Entladungsfelde keinerlei influirende Gegenstände sich befanden (p. 34, 35 u. 36) und es wird p. 36—37 geschlossen, Influenz könne sich überhaupt bei der

1) Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 116—118 u. p. 224—227. 1893.

vorhandenen Versuchsanordnung¹⁾ nicht bemerklich gemacht haben. Nach Hrn. Heydweiller's Versuchen ist Influenz bei einer frei in der Luft befindlichen Kugel um so wirksamer, je grösser der Kugelradius, während bei Funkenstrecken zwischen zwei Electroden anscheinend die kleinere Polkugel empfindlicher für Influenz ist. Sind Spitzen etwa besonders sensitiv, so könnten allerdings eventuell die Dimensionen des Experimentirraumes für entscheidende Versuche zu klein gewesen sein. Die p. 32 erwähnten Beobachtungen einer Flasche mit angeklebter Nähnadel zeigten jedoch nur geringen polaren Unterschied.

Die Wirkung genäherter Körper auf die Entladung zeigt nach einigen Beobachtungen des Verfassers je nach Umständen gewisse Verschiedenheiten, über welche man, da sie, obwohl sicher schon bekannt, bis jetzt nur wenig Beachtung gefunden zu haben scheinen, einige Angaben gestatten möge.

Verbindet man die eine (nach Abnahme der aufgesteckten Kugel) zugespitzte Electrode einer Voss'schen Influenzmaschine mit der Gasleitung, während die andere mit Kugel (resp. einer Scheibe) versehene Electrode isolirt bleibt und macht die Entladungsstrecke so gross, dass keine Funken mehr übergehen, sondern nur Leuchten²⁾ an der Spitze sich noch zeigt, so erscheinen (bei nicht zu grosser Schlagweite) bekanntlich manchmal noch Funken, wenn man seitlich der Spitze eine abgeleitete kleine Metallplatte nähert. Ein mit dem geladenen Pole verbundenes Electrometer, zeigt dabei eine sehr merkliche Erhöhung des Potentials an. Wird im Dunkeln beobachtet, so zeigt sich, dass durch die Influenz der Platte Bildung von Leuchten erschwert wird und erst bei stärkerer Ladung der isolirten Electrode erscheinen kann. Die genäherete abgeleitete Platte verändert, wie man leicht sieht, die Gestalt der Niveauflächen an der Spitze und vermindert dort den Potentialabfall. Es wurde eine grössere Messingplatte *AA* (25 cm Durchmesser) in der Mitte mit einer Kreisöffnung und eingelötheter auf-

1) Eine Wiederholung der betreffenden Beobachtungen mit feiner Spitze, die nicht unmittelbar auf der Flasche angebracht ist, sondern mittels eines langen dünnen Stieles, dürfte von Interesse sein.

2) Büschel-, Glimm- und ähnliche mit Lichtentwicklung verbundene Entladungen sollen fortan einfach Leuchten heissen.

geschlitzter Messingröhre *aa* angefertigt, die sich mit leichter Reibung auf den Polstab der Maschine schieben lässt (Fig. 1) und daher dasselbe Potential besitzt, wie die sie tragende Electrode. Je weiter nun diese Platte zurückgeschoben ist, je mehr also die Spitze über sie hervorragt, um so kleiner braucht *et. par.* die Ladung des gegenüberstehenden isolirten Poles zu sein, damit an der Spitze sich Leuchten zeigt. Bei gleichmässigem Drehen der Maschine und sonst constanten Verhältnissen nimmt dann die Ablesung am Electrometer um so mehr zu, je weiter man die Platte vorschiebt und so den Abstand der Spitze von der Ebene dieser verringert, wobei es dann zu Funken kommen kann, während sonst viel zu viel Electricität durch Spitzenausströmung neutralisirt wird, um an dem isolirten Pole das Funkenpotential erreichen zu können. Im Dunkeln ist das Zunehmen resp. Abnehmen der Spannung leicht mittelst eines Funkenmikrometers zu constatiren, dessen eine Kugel mit dem isolirten Pol der Maschine verbunden ist, während von der anderen ein Draht zur Gasleitung führt. Damit hörte z. B. das negative Licht an der abgeleiteten Spitze erst bei einem

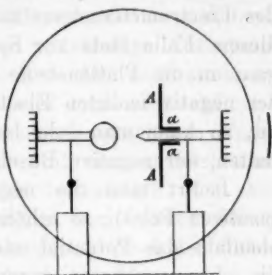


Fig. 1.

Abstände der Mikrometerkugeln (von 2 cm Durchmesser) von 19,22 mm auf, wenn die Platte weit vorgeschoben war, während es an der Spitze noch leuchtend zuckte bei einer Distanz von 6,62 mm der Mikrometerpole, falls die Platte möglichst viel zurückbewegt worden. Klebt man an die zugespitzte Electrode eine Nähnadel, so tritt ein ganz entsprechendes Verhalten ein *mut. mutand.* Ist die abgeleitete Spitze negativ, so sind ohne aufgeschobene Platte nur verhältnissmässig kurze Funken wie bekannt zu erhalten, ragt aber die Spitze nur noch wenig über die Plattenebene hervor, so bekommt man relativ sehr lange solche. Diese Funken springen aber, selbst wenn die Spitze noch ziemlich viel vorsteht, durchaus nicht mehr ausschliesslich zu derselben hin, sondern vielmehr mannigfach sich krümmend zu mehr oder minder benachbarten Punkten der Platte. Ist dagegen die abgeleitete Spitze positiv, so werden die Funken

bekanntlich unter gewöhnlichen Umständen relativ lang. Schiebt man bei gleichmässigem Drehen der Maschine die Platte weiter gegen die Spitze vor, so werden die Funken seltener und hören zuletzt ganz auf, ausser wenn die Schlagweite so gering ist, dass die Funken von der Kugel zur Platte übergehen können. An der negativ geladenen Electrode zeigt sich beim Ausbleiben der Funken ein starker Lichtpinsel. Ist die Entfernung eine solche, dass sowohl bei passend vorgeschobener Scheibe, wie bei möglichst weit zurückgestellter, Funken auftreten, so ist im ersteren Falle die Spannung am isolirten Pole höher. Um dies zu constatiren, erwies es sich als zweckmässig, die Scheibe der Maschine direct mit der Hand, allmählich die Rotation beschleunigend, zu drehen, um so ein gleichmässiges Ansteigen des Electrometerzeigers zu erhalten. Die Funken schlagen in diesem Falle stets zur Spitze über, ausser wenn diese fast ganz in die Plattenebene zu liegen kommt. Bringt man an der negativ isolirten Electrode, eine Scheibe statt der Kugel an, so kann man sehr lange Funken von der Spitze aus erhalten, der negative Büschel fehlt an der Kathode.

Isolirt man die negative Spitze (unter Ableitung des positiven Poles), so erhöht sich beim Verschieben der Platte ebenfalls das Potential und lange Funken derselben Art, wie die oben erwähnten, wenn die negative Spitze mit der Gasleitung verbunden, zeigen sich. Ist die positive Spitze isolirt, so gibt sie lange Funken beim Verschieben der Platte, während der sonst starke Büschel an jener geschwächt wird.

Bei diesen Erscheinungen ist zu bedenken, dass, wie das Leuchten, so auch die Funkenbildung erschwert wird, je weniger die Spitze über die Platte hervorragt, und dass die Schwächung der Büschel auch deren Funkenbegünstigenden Einfluss vermindert. Diese und ähnliche Umstände bewirken zusammen mit der bereits erwähnten Vergrösserung der Ladung am isolirten Pole in Folge geringerer Spitzenwirkung den schliesslichen Erfolg, je nach dem Ueberwiegen der einen oder der anderen, so dass die Erscheinungen manchmal den Eindruck des widerspruchsvollen machen.

Den beschriebenen Erscheinungen reiht sich die Beobachtung an, dass kein Leuchten bemerkt wird vor dem Eintreten der Explosion, wenn man eine raue Electrode (etwa den be-

russten Knopf einer Verstärkungsflasche, oder indem eine raue Kohlenplatte eines Bunsenelementes abgeleitet als die eine Electrode dient) langsam bis zum Funkenpotential ladet. Nur wenn schneller hintereinander mehrere solche Entladungen erfolgen, beobachtet man bald einen Lichtschein an dem rauhen Pol in den angegebenen Fällen vor dem Funken, vermuthlich von losgerissenen in der Luft schwebenden Partikeln herührend.

Die besprochenen Beobachtungen scheinen Verfasser von einigem Interesse zu sein in Betreff der Ansichten über die Wirksamkeit der Blitzableiter. Je weniger dieser über die Erdoberfläche und ihn umgebende abgeleitete Leiter hervorragt, umso geringer wird seine Spitzenwirkung sein, die nach Mancher Ansicht durch Neutralisirung der Wolkenelectricität von hervorragender Bedeutung sein soll. Eine vollständige Entladung dieser kann aber überhaupt nicht erzielt werden, da ja stets ein gewisses Potential schon vorhanden sein muss, um Spitzenausströmung einzuleiten. Ist im oben besprochenen Falle die Schlagweite am Mikrometer unter 6,62 mm, so hört sehr bald jedes Leuchten auf und damit bekanntlich auch die merkliche Wirkung der Spitze. Kommt es zum Funken (Blitz) so ist aber auch eine Verlängerung desselben durch den Blitzableiter bei nicht zu grosser Länge der Auffangstange nicht zu fürchten, die Spitze besitzt ja alsdann nur noch wenig Vorzug vor ihrer Umgebung, tritt vielmehr erst dann in Wirksamkeit, wenn die Wolke bereits eine für die benachbarten Gegenstände bedrohliche Ladung besitzt. Das System (Melsens) mit vielen niedrigen Auffangstangen dürfte auch nach diesen Betrachtungen den Vorzug verdienen. Da die Gewitterelectricität wenigstens häufig sehr schnell zu hohen Potentialen anwächst, so wären vielleicht noch ergänzende Versuche hier von Interesse, bei denen eine grössere Leydener Batterie erst geladen und dann plötzlich mit den Electroden in Verbindung gebracht wird. Erwähnt sei hier noch, dass mit einer grossen Batterie von neun Flaschen (je ca. 0,22 qm äussere Belegung) auf diese Weise immer noch ein entschiedener *polarer Unterschied* für Funken zwischen Spitze und abgeleiteter Platte erhalten wurde, indem jene viel länger bei positiver Spitze cet. par. ausfielen.

Bei Isolatoren fand sich ein etwas anderes Verhalten. Nähert man eine Glasröhre der positiven der beiden jetzt mit Kugeln versehenen Electroden der Influenzmaschine, dieselbe mag direct oder bei Ableitung nur durch Influenz geladen sein, so sieht man bei geeigneter Schlagweite und gewissen Stellungen des Isolators Funken auftreten, welche bedeutend länger als unter gewöhnlichen Umständen sind, und zwar *ohne Spannungserhöhung an dem jeweiligen isolirten Pole*.

Die Annäherung des Nichtleiters ruft meist schöne Büschel an der Anode hervor, die sich dann wohl zum Theil in Funken umwandeln, doch zeigen sich letztere auch ohne sichtbares vorhergehendes Auftreten von Büscheln. Ganz ähnlich wirkt ein isolirter kleiner Leiter (Schraube mit Kopf nach aussen auf Glasröhre gesetzt); es tritt *Funkenverlängerung ohne Ansteigen des Electrometers* ein. Dagegen gibt Glasröhre oder isolirter Leiter an eine Spitze gehalten geringe Funkenverlängerung unter kleiner aber deutlicher Erhöhung des Potentials. Die beiden genannten Dinge sind *zwischen die Pole gehalten* nur wirksam bei *kleinen Electrodenabständen, nicht mehr aber bei grösserer Entladungsstrecke*. In einen länglichen Paraffinklotz wurde eine Reihe dünner Glasröhren eingeschmolzen, in deren oberen Enden Stecknadeln, die Köpfe, nach aussen eingesteckt werden konnten. Bei gutem Gange einer Influenzmaschine erreichte man so eine bedeutende Funkenverlängerung, aber diese blieb anscheinend dieselbe, wenn der Paraffinklotz so gedreht wurde, dass die Reihe der Glasröhrchen senkrecht zu der Verbindungslinie der Pole stand. Es wirkte also wesentlich nur der eine der Anode angenäherte Theil der ganzen Reihe. Dieser letzte Versuch wurde angestellt zum Vergleiche mit früheren Ergebnissen, wonach in die Entladungsstrecke gespritztes Wasser keine merkliche Vergrösserung der Funken erzielte.

H. Heydweiller hat sich in sehr aner kennenswerther Weise bemüht, in das bisher noch etwas chaotische Gebiet der Funkenentladungen zwischen Kugelelectroden Ordnung zu bringen. Eine von Hrn. Jaumann angenommene Erklärung der Differenzen verschiedener Beobachter weist er zurück¹⁾ in Ueber-

1) H. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 219, 1893.

einstimmung mit Borgesius¹⁾; auch Verfasser²⁾ hat seinerzeit bei Glimmentladungen gefunden, dass sich der von Hrn. Jau-mann hervorgehobene Einfluss der Potentialschwankungen keineswegs so geltend macht, wie man vielleicht anzunehmen geneigt war. Dagegen sieht Hr. Heydweiller in der Berücksichtigung von Verschiedenheiten des Luftdruckes, der Temperatur und eventueller Influenzwirkungen bei den einzelnen Experimentatoren einen zureichenden Grund für die mangelhafte Uebereinstimmung mancher Messungen, und findet bei Beachtung dieser Umstände seine eigenen Bestimmungen unter sich und mit denen des Hrn. Paschen in guter Uebereinstimmung³⁾. Er berechnet das Maximalgefälle g_i und g_e an der isolirten und der abgeleiteten Electrode und findet, dass das sog. mittlere Gefälle $\frac{1}{2} (g_i + g_e)$ sich verhalte wie das Gefälle im homogenen electrischen Felde zwischen zwei ebenen Platten; es ist bei nicht zu kleiner Schlagweite von dieser nahezu unabhängig. Das Gesetz gilt aber nur für den Beginn der ersten Entladung, mag sie als Funken oder in einer sonstigen Form statthaben. Hiernach ist man nun im stande, mittelst der gegebenen Tabellen⁴⁾ für bestimmte Kugeldurchmesser und Schlagweiten die Entladungspotentiale zu berechnen in guter Annäherung an die Beobachtungen, was sicher als ein sehr beachtenswerther Fortschritt erscheint. Zur Bestimmung des betreffenden mittleren Gefälles für verschiedene Kugelradien ist eine Formel Wied. Ann. 40. p. 477 leider nur angedeutet; diese Grösse bestimmt nach Hrn. Heydweiller in Uebereinstimmung mit der Erfahrung auch die Maximalladung einer frei in der Luft befindlichen Kugel. Für kleine Schlagweiten (unter 0,1 cm) wird die Hypothese, welche den Gashüllen der Electroden eine wesentliche Bedeutung für die betreffenden Erscheinungen beilegt, geprüft, wobei Hr. Heydweiller unter der Annahme, dass das Entladungsgefälle der Dichte des Gases proportional sei, findet, die Beobachtungen liessen sich in der That auf diese Weise erklären, falls man

1) Borgesius, Beibl., 17. p. 61. Das Original ist Verf. unbekannt.

2) Wesendonck, Wied. Ann. 39. p. 608. 1890.

3) Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 221. 1893.

4) Heydweiller, Wied. Ann. 40. p. 474. 1890 u. 48. p. 230, 1893.

für die adsorbirten Schichten eine weit grössere Dicke zugestehet, als bisher angenommen. Aus Baille's Versuchen an fast ebenen Electroden ergibt sich für die von den in der ersten Reihe angegebenen Abständen begrenzten Schichten die in der unteren Reihe stehenden mittleren Dichten in Atmosphären:

0—0,000 75 cm 9,2 Atm.	0,000 75—0,001 25 cm 4,4 Atm.	0,001 25—0,002 50 cm 2,3 Atm.
	0,002 50—0,005 cm 1,3 Atm.	0,005—0,01 cm 1,3 Atm.

Diese Schichten kann man sich dann für grössere Funkenstrecken ersetzt denken durch eine Schicht von 0,05 cm Dicke und einer mittleren Dichte von 1,42 Atm. an jeder Electrode, so dass also eine Strecke von 0,1 cm mit Gas von höherer Dichte als sonst erfüllt ist. Dann erhält man in der That ein nahezu constantes Gefälle mit g_{red} bezeichnet, wie die Tab. 1 der betr. Abhandlung¹⁾ zeigt. Aus Chrystal's Formel für die Entladungspotentiale V in Baille's Versuchen $V = 4,997 + 99,595 l$ (wo l die Schlagweite) ergibt sich ähnlich (ohne Rücksicht auf die schwache Krümmung) für die anzunehmende mittlere Dichte $1 + \alpha$ einer 0,1 cm dicken Schicht

$$0,1 \cdot 99,595 (1 + \alpha) = 4,997 + 99,595 \cdot 1,0$$

oder $1 + \alpha = 1,502$. Freybergs Formel²⁾ für ebene Platten: $V = 7,67 + 90,98 l$ lässt $1 + \alpha = 1,84$ werden. Indessen sind wohl so mächtige adsorbirte Hüllen, wie auch Hr. Borgesius bemerkt, nicht unbedenklich, nicht nur weil sie den bisherigen Erfahrungen widersprechen, sondern auch weil ihre Existenz sich direct optisch müsste nachweisen lassen. Ohne solchen directen Befund kann man aber derartige Oberflächenschichten nicht als thatsächlich vorhanden voraussetzen. Der Zustand der adsorbirten Gase ist zur Zeit nur ungenügend bekannt; es fragt sich dann auch sehr, ob das Gesetz der Proportionalität von Dichte und Potentialgefälle aufrecht zu erhalten ist. Bei Kohlensäure wird wohl ziemlich allgemein bei gewöhnlicher Temperatur Verflüssigung in Folge der Adsorption angenom-

1) Heydweiller, Wied. Ann. 40. p. 468. 1890.

2) Freyberg, Wied. Ann. 35. p. 253, 1890.

men; es schien Verfasser daher interessant zuzusehen, ob Hrn. Paschen's Versuche an diesem Gase sich würden ähnlich mit Erfolg berechnen lassen. Nun sind aber die Messungen unter einer Luftpumpenglocke angestellt, innerhalb welcher noch eine abgeleitete Drahtnetzöhle sich befand, und diese Umstände ändern den Werth der Entladungspotentiale. Nach Hrn. Heydweiller¹⁾ kann man aber für Kugelelectroden ein leidlich constantes g_{red} berechnen, wenn man die mittlere Dichte der adsorbirten 0,05 cm dicken Schichten annimmt, wie sie l. c. p. 477 angegeben. Bei den Versuchen unter der Glocke erhält man aber kein einigermaassen constantes g_{red} mehr, wenn man den der freien Atmosphäre entsprechenden Werth der mittleren Dichte 1,20 einsetzt, sondern man muss diese gleich 1,70 nehmen und erhält dann für 75 cm Druck bei Luft aus den allerdings nicht zahlreichen Bestimmungen das mittlere Gefälle g und die Grösse g_{red} für die Schlagweiten l wie folgt:

l	=	0,1 cm	0,2 cm	0,3 cm	0,4 cm	0,5 cm	0,6 cm
g	=	173,6 „	151,13 „	148,5 „	137,84 „	137,18 „	133,59 „
g_{red}	=	128 „	128,1 „	132,2 „	126,5 „	128 „	127,5 „

Bei Kohlensäure erhält man (unter Vernachlässigung der Dielectricitätsconstante) mit der Dichte 1,60 und sonst gleichen Bedingungen:

l	=	0,1 cm	0,2 cm	0,3 cm	0,4 cm	0,5 cm	0,6 cm
g	=	182,9 „	149,35 „	142,77 „	128,19 „	124,83 „	125,58 „
g_{red}	=	114 „	114,6 „	119 „	111,3 „	111,4 „	114,2 „

also g_{red} leidlich constant; und doch ist die angenommene Beziehung zwischen Dichte der Oberflächenschicht und Potentialgefälle wohl sicher nicht mehr stichhaltig. Auch der Umstand, dass das abgeleitete Drahtnetz und die Pumpenglocke ebenso wirkten, wie eine stärkere Compression des adsorbirten Gases bei Luft, zeigt, wie auch andere Einflüsse ebenso wirken können, wie Gashüllen nach Hrn. Heydweiller. Verfasser hat früher schon auf die Rolle hingewiesen, welche begleitende Entladungen anderer Art bei der Funkenbildung anscheinend spielen, und betont, dass nur bei reinen Funken²⁾ der polare Unterschied verschwindet auch auf die Bedeutung jener Er-

1) Heydweiller, Wied. Ann. 40. p. 475 u. 476. 1890.

2) K. Wesendonck, Wied. Ann. 30. p. 43. 1887; vgl. neuerdings Lehmann, Wied. Ann. 47. p. 494. 1892.

scheinungen bei den sogenannten Ventilwirkungen hingewiesen.¹⁾ Nun sind aber kleine Abstände der Electroden dem Entstehen von Leuchten nicht günstig; bei so kleiner Schlagweite entbehrt vielleicht der Funke der Begünstigung, die ihm sonst jene gewähren, gänzlich, er muss den gesamten Widerstand des Dielectricums allein überwinden, daher relativ hohe Potentiale erforderlich sind. Bei grösseren Abständen helfen die dem Funken, wenn auch vielleicht nur fast unmessbar kurze Zeit vorausgehenden Leuchtentladungen wenigstens an den Electroden die Stärke des Zwischenmediums resp. der adsorbirten Schichten brechen. Auch ohne dass Leuchten damit verbunden ist, mag, wie ebenfalls schon früher hervorgehoben worden²⁾, eine Auflockerung der anliegenden Theile des Dielectricums statthaben, und erscheint es nicht ungereimt auch von dieser Wirkung anzunehmen, sie sei bei kleinen Schlagweiten schliesslich verschwindend oder doch sehr gering. Ein merklicher polarer Unterschied braucht hierbei noch nicht eingeführt zu werden, ein solcher tritt vielleicht erst dann auf, wenn die betreffenden Begleiterscheinungen einen bestimmten Stärkegrad erreichen, während sie bis dahin positive und negative Funken gleich begünstigen. Die Bedingungen für das Entstehen von Leuchten lassen sich noch nicht näher angeben, wie auch Hr. Heydweiller bemerkt, man sieht bisweilen scheinbar unmotivirt mächtige Büschel hervorbrechen oder Funken mitten aus ruhigem Glimmen heraus. Vorgänge wie Losbröckeln von Stellen der Electrode resp. der adsorbirten Schichten sind hierbei wohl im Spiele. Die verschiedenen Beobachter dürften so von einander abweichende und zum Theil sich widersprechende Resultate über die polaren Unterschiede erlangt haben, weil eben die Begleiterscheinungen einen vielfach nicht vorauszusehenden Einfluss ausüben. In Betreff der Wirkung des Polirens scheint Verfasser die Bildung von Oberflächenschichten zu beachten, welche ja auch bei optischen Untersuchungen eine Rolle spielen. Solche Polirschichten können wohl als wirksam angesehen werden, wenn man bedenkt, dass

1) K. Wesendonck, Naturw. Rundschau. 1887. p. 301—304; Beibl. 13. p. 194. 1889.

2) K. Wesendonck, Wied. Ann. 40. p. 483. 1890 Anm. u. 30. p. 42. 1887.

z. B. ein dünner Lacküberzug nach Verfassers ¹⁾ Beobachtungen die Bildung negativer Funken fördert. Ein solcher Ueberzug kann also eventuell polare Unterschiede einführen resp. vorhandene verändern, auch sonst überhaupt den Uebergangswiderstand modificiren. Wenn bei stärkerer Krümmung der Electroden das der Maximalladung entsprechende Potentialgefälle wächst, so hat dies vielleicht seinen Grund in dem zugleich mit der Krümmung zunehmenden Drucke der adsorbirten Schichten gegen die Oberfläche der Electroden, wodurch die electrische Widerstandsfähigkeit derselben vermehrt wird; doch vermag Verfasser allerdings zur Zeit nähere Anhaltspunkte zur Beurtheilung dieses Einflusses nicht zu geben.

In sehr stark verdünnter Luft hat Verfasser übrigens nicht einfach die Angaben der Hrn. Wiedemann und Rühlmann wie Röntgen bestätigt ²⁾, sondern nur in *relativ engen Vacuumröhren, nicht mehr in weiten solchen Gefäßen.*

Berlin, 23. März 1893.

1) K. Wesendonck, Wied. Ann. **38**. p. 226. 1889.

2) K. Wesendonck, Wied. Ann. **41**. p. 463. 1890.

7. *Eine neue Form der Inductionswaage; von M. Wien.*

Die mit vielen Hoffnungen aufgenommene Inductionswaage¹⁾ hat trotz ihrer Empfindlichkeit keinen Eingang gefunden, weil es nicht gelang, ihre Einstellungen auszuwerthen.

Der Grund ist ein doppelter: der eine liegt darin, dass die Gesetze des Stromverlaufes in körperlichen Leitern im allgemeinen unbekannt sind; der andere in der Versuchsanordnung selbst, da es nicht einmal möglich war, wenn man das Metallstück durch eine geschlossene Inductionsrolle ersetzte, auf die in Betracht kommenden Grössen der Rolle (Widerstand und Selbstpotential) einen sicheren Schluss zu ziehen.²⁾

Oberbeck und Bergmann³⁾ haben beide Schwierigkeiten umgangen; leider lässt sich ihre Methode nur für Messung der Leitungsfähigkeit sehr dünner Platten (bei Kupfer 0,055 mm dick) anwenden.⁴⁾

Die Methode, welche im Folgenden beschrieben werden soll, gestattet erstens die Leitungsfähigkeit zweier Metallstücke von beliebiger, aber gleicher Form und Dimension zu *vergleichen*; ferner: bei den einfachsten Körperformen — Kugel und runde Scheibe — ohne Vergleich mit einem zweiten bekannten Metall direct aus der Wirkung auf die Inductionswaage und den Dimensionen des Metallstückes die Leitungsfähigkeit zu bestimmen, d. h. dieselbe *absolut zu messen*. Als Messinstrument wurde das optische Telephon benutzt, als Stromquelle ein Inductorium, dessen primäre Leitung durch eine electromagnetisch getriebene Saite unterbrochen wurde. Jedoch ist die Methode nicht an diese Apparate gebunden, und man kann auch, die nöthige Empfindlichkeit vorausgesetzt, Dynamometer oder Hörtelephon als Messinstrumente, Sinus-

1) Hughes, Phil. Mag. (5) 8. p. 50. 1879.

2) Vgl. Mascart-Joubert, L'electr. et Magn. 2. p. 435—436.

3) Oberbeck u. Bergmann, Wied. Ann. 31. p. 792. 1887.

4) l. c. p. 805.

inductor oder Wechselstrommaschine (jedoch hier kein Inductorium!) als Stromquelle benutzen (vgl. unten p. 323).

I. Grundlage der Methode.

Die Anordnung der Inductionswaage ist die theoretisch einfachste; eine Wheatstone'sche Brückencombination, Zweig 1 eine Rolle (*I*), Zweig 2 eine Rolle (*II*), Zweig 3 ein inductionsloser Widerstand, ebenso Zweig 4 (Fig. 1). Durch die Brücke geht ein Sinusstrom mit n Schwingungen in 2π Sec. Derselbe verschwindet im Brückenweig, wenn $p_1 : p_2 = w_1 : w_3 = w_3 : w_4$ ist.¹⁾ p_1 und p_2 die Selbstpotentiale der Zweige 1 und 2, w_1, w_3, w_3, w_4 die Widerstände der Zweige 1, 2, 3, 4.

Nähert man einer dieser beiden Rollen ein Metallstück, so wird das Gleichgewicht der Brücke gestört. Im Gegensatz zu den früheren Formen der Inductionswaage, wo die *gegenseitige* Induction *zweier* Rollen durch das Metallstück gestört wurde, wird hier die inducirende Rolle selbst beeinflusst. Dieser Einfluss soll berechnet werden, indem vorläufig das Metallstück

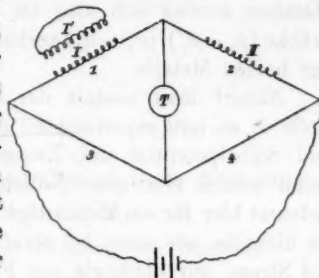


Fig. 1.

durch eine Rolle (*I'* Fig. 1) ersetzt sei. Diese Rolle habe den Widerstand W und das Selbstpotential P und ihr gegenseitiger Inductionscoefficient mit der Rolle *I* sei M . Das Gleichgewicht der Brücke wird gestört, indem Widerstand und Selbstpotential der Rolle *I* modificirt erscheinen, und zwar ist der „wirksame Widerstand“ des Zweiges 1 jetzt:

$$w_1' = w_1 + \frac{n^2 M^2}{W^2 + n^2 P^2} \cdot W$$

das wirksame Selbstpotential:

$$p_1' = p_1 - \frac{n^2 M^2}{W^2 + n^2 P^2} \cdot P^2$$

Durch entsprechende Aenderung der Widerstände w_2, w_3, w_4 kann man den Sinusstrom im Brückenweig wieder zum Ver-

1) Maxwell, Electr. and Magn. 2. § 757.

2) Maxwell, Phil. Tr. 155. p. 474. 1865 (M verdruckt für M^2).

schwinden bringen.¹⁾ Durch diese neue Nulleinstellung sind die Grössen p_1' und w_1' gegeben als $p_1' = p_2 \cdot (w_3 / w_4)$ und $w_1' = w_2 (w_3 / w_4)$. In den vorstehenden Gleichungen sind demnach die Grössen w_1 , w_1' , p_1 , p_1' experimentell bekannt; bildet man daraus den Ausdruck $(p_1 - p_1') / (w_1' - w_1)$, so ist derselbe gleich $P / W = \tau$ der Relaxationszeit oder Zeitconstante der secundären Rolle (I'), d. h. der Zeit, in welcher ein Strom in derselben, sich selbst überlassen, von der Intensität 1 auf die Intensität $1/e$ sinkt. Es ist dies offenbar eine Grösse, welche unabhängig von Brücke, Strom und Lage der Rollen zu einander nur von der secundären Rolle (I') selbst abhängt.

Für zwei ganz gleiche Rollen aus zwei verschiedenen Metallen werden sich also die experimentell gefundenen Ausdrücke $(p_1 - p_1') / (w_1' - w_1)$ verhalten wie die Leitungsfähigkeiten der beiden Metalle.

Nähert man anstatt der Rolle (I') ein Metallstück der Rolle I , so tritt experimentell genau dasselbe ein: Widerstand und Selbstpotential des Zweiges 1 werden modificirt, man findet wieder eine neue Nulleinstellung. Es fragt sich, was bedeutet hier für ein Metallstück die Grösse $(p_1 - p_1') / (w_1' - w_1)$? Ist dieselbe, wie oben bei einer Rolle, unabhängig von Brücke und Strom, nur abhängig von Form und Leitungsfähigkeit des Metallstückes, so ist sie offenbar sehr günstig zum Vergleich und zur Bestimmung von Leitungsfähigkeiten.

Ehe ich zu dieser Frage übergehe, will ich, um nicht später dadurch unterbrochen zu werden, die Methode und Versuchsanordnung genauer besprechen, mittels welcher $(p_1 - p_1') / (w_1' - w_1)$ bestimmt wurde. Dieser Ausdruck ist also vorläufig für Metallstücke eine reine Beobachtungsgrösse. Ich werde sie im Folgenden mit τ_n bezeichnen.

II. Experimentelle Bestimmung von τ_n .

τ_n kann, wie gesagt, gefunden werden, indem man die Brücke ohne Metallstück und mit Metallstück auf Null einstellt, daraus die Werthe p_1 und p_1' , w_1 und w_1' bestimmt und daraus $\tau_n = (p_1 - p_1') / (w_1' - w_1)$ berechnet. Ich bin längere Zeit in dieser Weise verfahren: einfacher und sicherer ist jedoch folgende Methode, die später ausschliesslich angewandt wurde.

1) Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 709. 1891.

Methode. Die ursprüngliche Brückeneinstellung bleibt un-
ändert. Die durch das Metallstück im Zweige 1 hervorgerufene
Störung wird durch eine ebensolche Störung im Zweige 2
compensirt, welche durch eine der Rolle II genäherte secun-
däre Rolle II' hervorgerufen wird (Fig. 2).

Es ist zu berechnen, unter
welchen Bedingungen die Rolle
II' das Metallstück compensirte.
Die Brücke ohne Metallstück
und ohne Rolle II' ist im Gleich-
gewicht, wenn

$$p_1 : p_2 = w_1 : w_2 = w_3 : w_4$$

ist. Soll mit Metallstück und
Rolle bei derselben Brücken-
einstellung der Brückenweig
stromlos sein, so müssen die
„wirksamen Widerstände und
Selbstpotentiale“ sich ebenso verhalten, d. h. es muss sein:

$$p_1' : p_2' = w_1' : w_2' = w_3 : w_4.$$

Es müssen also auch die beiden Proportionen bestehen:

$$(p_1 - p_1') : (p_2 - p_2') = w_3 : w_4$$

$$(w_1' - w_1) : (w_2' - w_2) = w_3 : w_4.$$

Wenn wir das Metallstück wieder durch die Rolle I' er-
setzen, so lauten diese Gleichungen (vgl. p. 307):

$$\frac{n^2 M_1^2}{W_1^2 + n^2 P_1^2} P_1 : \frac{n^2 M_2^2}{W_2^2 + n^2 P_2^2} P_2 = w_3 : w_4$$

$$\frac{n^2 M_1^2}{W_1^2 + n^2 P_1^2} W_1 : \frac{n^2 M_2^2}{W_2^2 + n^2 P_2^2} W_2 = w_3 : w_4.$$

Hieraus als Bedingungsgleichungen für die Stromlosigkeit des
Brückenweiges:

$$\frac{P_1}{W_1} = \frac{P_2}{W_2} \text{ (durch Division) oder } \tau_1 = \tau_2$$

und

$$\frac{M_1^2}{M_2^2} = \frac{w_3 \cdot W_1}{w_4 \cdot W_2}.$$

Ganz analog für ein Metallstück:

$$\frac{p_1 - p_1'}{w_1' - w_1} = \frac{P_2}{W_2} \text{ oder } \tau_1 = \tau_2$$

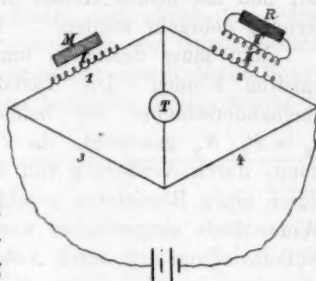


Fig. 2.

und eine Gleichung für M_2 , den gegenseitigen Inductionscoefficienten zwischen den Rollen II und II' . Es lässt sich also die durch das Metallstück hervorgerufene Störung immer durch eine secundäre Rolle im Zweige 2 compensiren, wenn die Zeitconstante dieser Rolle gleich dem τ_n des Mittelstückes ist, und die beiden Rollen in die richtige gegenseitige Entfernung gebracht werden.

Man muss demnach, um Null zu erhalten, τ_2 und M_2 variiren können. Die Variation von M_2 geschieht durch Ineinanderschieben der beiden Rollen. Die Variation von $\tau_2 = P_2 / W_2$ geschieht, da P_2 nicht gut geändert werden kann, durch Aenderung von W_2 , d. h. es wird die Rolle II' durch einen Rheostaten geschlossen, durch welchen beliebige Widerstände eingeschaltet werden können. Es ist somit die Nulleinstellung nur durch *Näherung* möglich, indem τ_2 und M_2 abwechselnd variirt werden.¹⁾ Hat man Null erreicht, so ist das gesuchte

$$\tau_n = \tau_2 = \frac{P_2}{W_2} = \frac{P_2}{W_a + W_\beta},$$

worin P_2 und W_a Selbstpotential und Widerstand der Rolle II' selbst ein- für allemal bestimmt sind, und W_β den Rheostatenwiderstand bedeutet. Man erhält also τ_n für verschiedene Metallstücke einfach durch Nulleinstellung und Ablesung des Rheostatenwiderstandes.

Versuchsanordnung.

Inducirende Rolle (I). Um eine möglichst grosse Empfindlichkeit zu erzielen, muss die Einwirkung des Metallstückes auf Selbstpotential und Widerstand der inducirenden Rolle eine möglichst grosse sein.

Das Metallstück selbst lasse ich vorläufig unberücksichtigt. Selbstverständlich muss es an die Stelle der Rolle gebracht werden, wo das magnetische Feld am stärksten ist. Ferner

1) Rayleigh (Rep. of the Br. Ass. 1880, p. 1—2) hat ähnliche Gleichungen für die Hughes'sche Inductionswaage abgeleitet und darin ausdrücklich betont, dass eine Nulleinstellung nur durch zwei Einstellungen (adjustments) möglich sei. Hughes hat immer nur eine Einstellung angewendet, er erhielt infolgedessen im allgemeinen nur ein Minimum, woraus sich keine sicheren Schlüsse ziehen lassen.

ist die Form der Rolle wichtig. Dieselbe ist so zu wählen dass $p - p'$ und $w' - w$ möglichst gross sind im Vergleich mit p und w ; d. h.; es muss Selbstpotential und Widerstand klein, die gegenseitige Induction gross sein. Als besonders günstig, was sich auch für einen einzelnen Stromkreis (statt des Metallstückes) theoretisch beweisen lässt, erwiesen sich Rollen mit wenigen Windungslagen, deren Länge etwa gleich dem Durchmesser ist, deren axialer Querschnitt also ein Quadrat bildet; ich werde solche Rollen der Kürze halber „quadratische Rollen“ nennen. Die bei den Versuchen benutzten Rollen hatten folgende Constanten:

	D	L	W	P	ν	δ (mm)
Rolle a	6,8 cm	7 cm	6,2 Ω	$1,05 \cdot 10^7$ cm	8	0,6
„ b	6,8 „	7 „	6,15 „	$1,04 \cdot 10^7$ „	8	0,6
„ A	15,0 „	14 „	4,00 „	$2,75 \cdot 10^7$ „	6	1,1
„ B	22 „	14 „	4,02 „	$2,77 \cdot 10^7$ „	4	1,1

Hierin ist D = Durchmesser¹⁾, L = Länge, W = Widerstand, P = Selbstpotential, ν = Anzahl der Windungslagen, δ = Drahtdicke.

Von den annähernd gleichen Rollen a und b wurde die eine als Rolle I , worin sich das Metallstück befand, die andere als Rolle II benutzt. Von den grösseren Rollen konnte entweder A als Rolle I , B als Rolle II dienen oder umgekehrt. Zur Aufnahme des Metalls standen also eine Rolle von 6,8, eine zweite von 15 und eine dritte von 22 cm Durchmesser zur Verfügung. Die Länge der letzten Rolle (B) war erheblich kleiner als ihr Durchmesser, also wich sie von der quadratischen Form ab.

Als *secundäre Rollen II*, die zur Compensation des Metallstückes dienen, wurde eine Rolle c benutzt, welche in die Rollen a und b hineinpasste ($D = 5$ cm, $L = 7$ cm), und eine Rolle C ($D = 17$ cm, $L = 12$ cm), welche entweder in die Rolle B oder über die Rolle A geschoben werden konnte, je nachdem man das Metallstück in die Rolle A oder B legen wollte.

Widerstand und Selbstpotential dieser Rollen (c und C) mussten genau gemessen werden, als die einzigen Grössen der

1) Unter „Durchmesser“ der Rollen ist hier immer das Mittel zwischen innerem und äusserem Durchmesser verstanden.

Inductionswaage, welche zur Kenntniss der gesuchten Grösse $\tau_n = \tau_2 = P / W_\alpha + W_\beta$ nothwendig sind.

Der Widerstand von c wurde als $10,21 \Omega$, der von C als $11,90 \Omega$ bei 19°C . bestimmt.¹⁾

Die Selbstpotentiale der beiden Rollen wurden nach einer in einer früheren Arbeit²⁾ angegebenen Methode gleichzeitig gemessen. Es wurden drei Bestimmungen mit verschiedenen Widerständen gemacht, die auf Bruchtheile von pro Mille untereinander übereinstimmten. Ich erhielt für Rolle $c: P = 1,342 \cdot 10^7 \text{ cm}$, für $C: 3,999 \cdot 10^7 \text{ cm}$.

Variation von M_2 . Um die gegenseitige Induction der Rollen (II und II') variiren zu können, wurde die kleinere Rolle in der grösseren verschiebbar gemacht. Zu diesem Zwecke wurde die grössere Rolle auf einem Holzstück H (Fig. 3) befestigt, und daran in der Axe der Rolle ein runder Holzstab S angebracht. Die kleinere Rolle wurde auf beiden Enden durch Holzscheiben verschlossen, in welche Löcher von der Grösse des Holzstabes geschnitten waren.

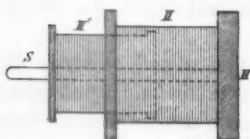


Fig. 3.

Mittelst dieser konnte sie auf den Holzstab gesteckt und darauf verschoben werden. Die seeinfache Anordnung genügte vollkommen, da durch Hin- und Herdrehen der Rolle auf dem Holzstab auch sehr geringe Verschiebungen bewirkt werden konnten.

Anordnung der Brücke. Damit eine möglichst schwache in einem der Zweige durch ein Metallstück hervorgerufene Störung noch merklich ist, muss die Anordnung der Brücke eine möglichst empfindliche sein. Die Bedingung dafür ist bei Wechselströmen, dass die sechs Zweige der Brückencombination scheinbare Widerstände ($\sqrt{w^2 + n^2 p^2}$) von derselben Grössenordnung haben.³⁾ Die vier parallel geschalteten Rollen des optischen Telephons sowohl, wie die secundäre Rolle des Inductoriums⁴⁾ besaßen bei der angewandten Schwingzahl von 256

1) Das Ohm ist hier immer als 1,063. Quecksilbereinheiten angenommen.

2) M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 701. 1891.

3) Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. 49. p. 209. 1891.

4) Das Inductorium besass verhältnissmässig kleinen primären Widerstand ($0,2 \Omega$) und war ringförmig gewickelt, so dass keine Zerstreuung

in der Secunde einen scheinbaren Widerstand von ca. 50 Ohm. Zweig 3 und 4 der Brücke bestanden auch aus je 50 Ohm bifilar gewickeltem Neusilberwiderstände.

Die Zweige 1 und 2 bestanden entweder aus den Rollen a und b oder aus A und B . a und b hatten wie sich aus obigen Zahlen ergibt, einen scheinbaren Widerstand von ca. 20 Ohm A und B von ca. 50 Ohm. a und b waren also etwas zu klein, jedoch war die Empfindlichkeit auch hier eine genügende.

Strom, Brücke und optisches Telephon waren so beschaffen, dass eine Widerstandsänderung von $1/10000$ noch merklich war. Bei geringerer Empfindlichkeit sind natürlich auch die nach dieser Methode angestellten Bestimmungen der Leitungsfähigkeit dementsprechend ungenauer.

Wie sich aus obigem ergibt, war die Brücke so angeordnet, dass annähernd $w_1 = w_2$, $p_1 = p_2$, $w_3 = w_4$ war. Es ist dies nicht nothwendig und nur der Einfachheit halber geschehen.

Es muss hier noch nachträglich angegeben werden, wie überhaupt diese *erste Einstellung der Brücke* (ohne Metall) erreicht wird.

Die Rollen *I* und *II* sind von vornherein so gewickelt, dass bei beiden Widerstand und Selbstpotential von derselben Grössenordnung ist, was sich ja einigermaßen vorausberechnen lässt. Die beiden Rollen (Zweig 1 u. 2) und einen einfachen Brückendraht (Zweig 3 u. 4) setzt man zu einer Wheatstone'schen Brücke zusammen und schickt einen Strom hindurch. An einer Stelle des Brückendrahtes findet man ein Minimum des Ausschlags. Durch Hinzuwickeln zu der Rolle mit kleinerem Selbstpotential rückt man das Minimum ungetähr in die Mitte des Drahtes; durch Hinzufügung von Widerstand (Rheostat oder angelötheter Neusilberdraht) verkleinert man das Minimum. Ist annähernd der Strom Null in der Mitte des Drahts erreicht, so ersetzt man den Draht durch zwei grössere gleiche Widerstände (in unserem Fall 50 Ohm). Die

von Kraftlinien auftrat. Es lieferte bei einem primären Strom von zwei Bunsen, der 256 Mal in der Secunde durch die Saite unterbrochen wurde, einen etwa 2—3 mal so starken Strom, wie ein kleines Kohlrausch'sches Inductorium unter den gleichen Umständen. Jedoch kann natürlich auch ein solches benutzt werden.

letzte Einstellung geschieht mit Hilfe zweier ca. 10 cm. langer Platin- oder Eisendrähte zwischen den Zweigen 1 u. 2 und 3 u. 4, auf welchen Quecksilberschleifcontacte verschiebbar sind, von denen der Strom zum Telephon führt. Dadurch kann w_1/w_2 und w_3/w_4 um ein paar promille geändert und die definitive Nulleinstellung erreicht werden.

Diese Einrichtung ist überhaupt nothwendig, weil die Brücke wegen kleiner Temperaturschwankungen nicht dauernd eingestellt bleibt. Unmittelbar vor jedem Versuch wird sie daher mit Hülfe der Quecksilberschleifcontacte neu eingestellt.

Fig. 4 gibt die ganze Anordnung der Inductionswaage, zum

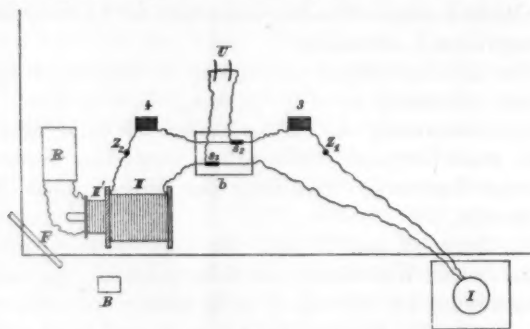


Fig. 4.

Versuch fertiggestellt, wieder. In der Mitte das Brett (*b*) mit den eben erwähnten beiden Drähten und den Quecksilberschleifcontacten s_1 und s_2 , von denen der Strom zu dem Umschalter *U* führt. Mittelst desselben kann entweder das optische Telephon eingeschaltet werden, oder ein Hörtelephon, mit welchem die angenäherten Einstellungen gemacht wurden, solange der Ausschlag des optischen Telephons über das Gesichtsfeld des Fernrohrs hinaus ging. Auf beiden Seiten des Bretts *b* sind die beiden Widerstände von 50 Ohm, die die Zweige 3 u. 4 der Brücke bilden (mit 3 und 4 in der Figur bezeichnet). Mit Z_1 und Z_2 sind die beiden Zuleitungsstellen des Hauptstromes angedeutet. Die Rolle *I* befindet sich rechts etwa zwei Meter entfernt, um die gegenseitige Induction mit der Rolle *II* verschwindend zu machen, und auf einem besonderen Tisch auf-

gestellt, um bequem von allen Seiten zugänglich zu sein. Die Rolle *II* ist unmittelbar vor dem Beobachter (*B*) mit der in ihr verschiebbaren Rolle *II'* und dem Rheostaten *R*. Der Beobachter muss, während er durch das Fernrohr *F* sieht, einerseits die Verschiebung der Rollen bewirken und den Rheostatenwiderstand ändern können, andererseits müssen auch die Schleifcontacte s_1 und s_2 bequem für ihn erreichbar sein. — Das Inductorium und der Saitenunterbrecher befanden sich in der gegenüberliegenden Ecke des Zimmers, um nicht direct das optische Telephon zu beeinflussen.

Gang eines Versuches. Die Brücke sei mit Hülfe der Quecksilbercontacte scharf auf Null eingestellt. Das zu untersuchende Metallstück wird in die Rolle *I* gebracht und die compensirende Rolle *II'* geschlossen. Als Stromanzeiger dient vorläufig das Hörtelephon. Durch Verschieben der Rolle *II'* wird ein Tonminimum aufgesucht, durch Aenderung des Rheostatenwiderstandes wird es verkleinert. Darauf wird das optische Telephon eingeschaltet. Der entstehende Ausschlag wird abwechselnd durch Verschieben der Rolle *II'* und durch Aenderung des Rheostatenwiderstandes vermindert, bis man annähernd Null erreicht hat. Die definitive Nulleinstellung erfolgt nun meiner Erfahrung nach am schnellsten und genauesten, indem man in oben angegebener Art annähernd auf Null einstellt und dann einen kleinen Rheostatenwiderstand ε , der gerade ein Unklarwerden des Spaltbildes bewirkt, hinzufügt resp. abzieht. Ist das Bild im Minimum bei $w + \varepsilon$ und $w - \varepsilon$ gleich unklar, so ist w der richtige Werth.

Nach der Einstellung wird das Metallstück wieder herausgenommen und die Rolle *II'* geöffnet, und nachgesehen, ob die Brücke sich während des Einstellens nicht verändert hat. Eventuell wird dann mit Hülfe der Schleifcontacte wieder auf Null eingestellt und die Messung wiederholt. Als Beispiel mag eine beliebige Bestimmung von τ_n aus meinem Beobachtungsheft dienen.

Quecksilberkugel II. Zimmertemperatur 18,0° C.; Quecksilbertemperatur 18,0° C.

Ein Vorversuch ergab für W_β (Rheostatenwiderstand) 129 Siem. Neue Nulleinstellung der Brücke. I. Spaltbild gleich undeutlich bei 129,0 und 129,4 Siem. Also $W_\beta = 129,2$ Siem.

II. Einstellung: $W_\beta = 129,3$; III. Einstellung $W_\beta = 129,2$;
Mittelwerth $W_\beta = 129,23$ Siem. = $121,57 \Omega$

$$\text{Hieraus } \tau_n = \frac{P}{W_\alpha + W_\beta} = \frac{3,999}{11,85 + 121,57} = 2,998 \cdot 10^{-4} \text{ Sec.}$$

Die Genauigkeit der Bestimmung von τ_n hängt sehr von Leitungsfähigkeit, Grösse und Form des Metallstückes ab. Bei geeigneter Anordnung ist τ_n immer auf ein pro Mille genau zu bestimmen. Die Einstellung selbst bietet durchaus keine experimentellen Schwierigkeiten. Bei der eben angegebenen Quecksilberkugel erreichte ein Beobachter, der nicht nur mit der Methode, sondern überhaupt zum ersten Mal mit dem optischen Telephon arbeitete, sofort eine Genauigkeit der Einstellung von ein pro Mille, während ich selbst, wie aus Obigem zu ersehen, etwa 0,3 promille Fehler hatte.

Im Folgenden komme ich endlich wieder auf die im Eingange aufgestellte Frage zurück: Was bedeutet $\tau_n = (p_1 - p_1') / (w_1' - w_1)$ für ein Metallstück?

III. Bedeutung von τ_n . (Wirkung eines Metallstückes auf eine von einem Sinusstrom durchflossene Rolle).

Wenn in der Nähe eines Leiters, in welchem ein variabler Strom fliesst, sich ein Metallstück befindet, so entstehen in dem letzteren Ströme. Wir betrachten nur die in sich geschlossenen Ströme; sie sind es sämmtlich, wenn Leiter und Metallstück Rotationskörper mit gemeinschaftlicher Axe sind.¹⁾ Durch vier benachbarte Stromlinien kann man ein ringförmiges Stück aus dem Metall herauschneiden und da die Electricität längs der Stromlinien fliesst, wird man diesen herausgeschnittenen Theil des Metallstückes, wie einen linearen Strom behandeln dürfen. Indem man alle Stromlinien zur Herstellung solcher Stromkreise verwendet, zerlegt man den ganzen Körper in lauter solche Stromkreise. Die magnetische Wirkung des Metallstückes kann durch die dieser Stromkreise ersetzt werden.²⁾

Wir haben also die, vielleicht allgemeineres Interesse bietende Aufgabe, die gegenseitige Induction zwischen einer beliebigen Anzahl secundärer Stromkreise und einem primären

1) Oberbeck, Wied. Ann. 31. p. 817. 1887.

2) Maxwell, Electr. and Magn. II. § 652.

zu berechnen. In dem inducirenden Hauptkreis (oder Rolle) sei die electromotorische Kraft e_0 , die Stromintensität i_0 , der Widerstand w_0 ; das Selbstpotential p_0 und der gegenseitige Inductionscoefficient zwischen dem Hauptkreis und einem beliebigen secundären Stromkreis (a) sei m_{0a} , die Intensität in diesem Stromkreis i_a .

Dann besteht für einen beliebigen variablen Strom für den Hauptkreis die Gleichung:

$$e_0 = i_0 w_0 + p_0 \frac{d i_0}{d t} + \sum_a m_{0a} \frac{d i_a}{d t}.$$

Für den beliebigen secundären Stromkreis mit dem Index a besteht die Gleichung:

$$0 = m_{0a} \frac{d i_0}{d t} + i_a w_a + \sum_k m_{ak} \frac{d i_k}{d t}.$$

Die Summen sind über sämtliche secundären Kreise zu erstrecken, deren Anzahl ν sei. m_{ak} ist der gegenseitige Inductionscoefficient zwischen dem Stromkreis a und einem beliebigen anderen secundären Stromkreis k . Das in der Summe enthaltene m_{aa} ist der Selbstinductionscoefficient des Stromkreises a .

Der variable Strom sei ein Sinusstrom mit n Schwingungen in 2π Sekunden. Statt dessen betrachten wir, wie üblich, die mathematisch bequemere Function e^{int} . Es sei also:

$$e_0 = A \cdot e^{\text{int}}, \text{ demnach } i_0 = \alpha_0 e^{\text{int}} \text{ und } i_a = \alpha_a e^{\text{int}}.$$

Dadurch wird für den Hauptkreis:

$$\text{I} \quad A = \alpha_0 (w_0 + i n p_0) + i n \sum_a m_{0a} \alpha_a$$

und für den secundären Kreis a

$$\text{II} \quad 0 = i n m_{0a} \alpha_0 + w_a \alpha_a + i n \sum_k m_{ak} \alpha_k.$$

Setzen wir $i n = \gamma$, so ist:

$$0 = \gamma m_{0a} \alpha_0 + w_a \alpha_a + \gamma \sum_k m_{ak} \alpha_k$$

oder ausgeführt:

$$0 = \alpha_0 \gamma m_{0a} + \alpha_1 \gamma m_{1a} + \dots + \alpha_a (w_a + \gamma m_{aa}) \dots \alpha_\nu \gamma m_{\nu a}.$$

Solcher Gleichungen giebt es für jeden der ν Stromkreise

eine; sie stellen zusammen ein System linearer Gleichungen für die Grössen $\alpha_1 \dots \alpha_r$ dar. Ihre Lösung ist:

$$\alpha_a = - \frac{\Delta_a}{\Delta} \alpha_0.$$

Hierin ist Δ die Determinante sämtlicher Coefficienten der $\alpha_1 \dots \alpha_r$ und Δ_a diejenige Determinante, welche entsteht, wenn man die Verticalreihe mit dem Index a durch die entsprechende mit dem Index o vertauscht¹⁾. Der Uebersicht halber sei die Determinante Δ ausgeführt:

$$\Delta = \begin{vmatrix} w_1 + \gamma m_{11} & \gamma m_{12} \dots & \gamma m_{1a} \dots & \gamma m_{1r} \\ \gamma m_{21} & w_2 + \gamma m_{22} \dots & \gamma m_{2a} \dots & \gamma m_{2r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma m_{a1} & \gamma m_{a2} \dots & w_a + \gamma m_{aa} \dots & \gamma m_{ar} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma m_{r1} & \gamma m_{r2} \dots & \gamma m_{ra} \dots & w_r + \gamma m_{rr} \end{vmatrix}$$

In Δ_a sind, wie gesagt, die Glieder der Verticalreihe mit dem Index a durch $\gamma m_{10}, \gamma m_{20} \dots \gamma m_{a0} \dots \gamma m_{r0}$ ersetzt.

Es lässt sich sowohl Δ wie Δ_a nach Potenzen von γ entwickeln. Mit Hülfe einiger Determinantensätze²⁾ folgt unmittelbar:

$$\Delta = (w_1 w_2 \dots w_r) \left\{ 1 + \gamma \sum_b \frac{m_{bb}}{w_b} + \frac{\gamma^2}{2!} \sum_b \sum_c \frac{\begin{vmatrix} m_{bb} & m_{bc} \\ m_{cb} & m_{cc} \end{vmatrix}}{w_b w_c} \right. \\ \left. + \frac{\gamma^3}{3!} \sum_b \sum_c \sum_d \frac{\begin{vmatrix} m_{bb} & m_{bc} & m_{bd} \\ m_{cb} & m_{cc} & m_{cd} \\ m_{db} & m_{dc} & m_{dd} \end{vmatrix}}{w_b w_c w_d} + \frac{\gamma^4}{4!} \dots \right\}$$

Aus der Bildungsweise von Δ_a aus Δ ergibt sich

$$\Delta_a = \gamma \sum_q m_{0q} D_{qa},$$

worin D_{qa} die Unterdeterminante von γm_{qa} ist. D_{qa} ist, da

1) Helmholtz giebt in „Telephon und Klangfarbe“ (Wissenschaftliche Abhdl. I. p. 469) ein sehr ähnliches Gleichungssystem, bespricht jedoch nur den Fall, dass n gross.

2) Baltzer, Theor. u. Anw. d. Det. § 5. p. 35—37, Leipzig 1875.

das Glied m_{qa} (nicht m_{aq} !) nur einmal in der Determinante Δ vorkommt $= \partial \Delta / \partial m_{qa}$. Also:

$$\Delta_a = \gamma \sum_q m_{oq} (w_1 w_2 \dots w_v) \frac{\partial}{\partial m_{qa}} \left\{ 1 + \gamma \sum \frac{m_{bb}}{w_b} + \frac{\gamma^2}{2!} \sum_b \sum_c \dots \right\}$$

Die Differentiation erfolgt Glied für Glied, indem man zuerst $q = a$ und dann $q \leq a$ setzt. Dann wird:

$$\begin{aligned} \Delta_a = w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \dots w_v & \left\{ \gamma \frac{m_{0a}}{w_a} + \gamma^2 \sum_b \frac{m_{0a}}{w_a} \frac{m_{bb} - m_{0b}}{w_b} \frac{m_{ab}}{w_b} \right. \\ & + \frac{\gamma^3}{2!} \sum_b \sum_c \frac{m_{0a}}{w_a} \frac{\begin{vmatrix} m_{bb} & m_{bc} \\ m_{cb} & m_{cc} \end{vmatrix}}{w_b w_c} - 2 m_{0b} \frac{\begin{vmatrix} m_{ab} & m_{ac} \\ m_{cb} & m_{cc} \end{vmatrix}}{w_c} \\ & + \frac{\gamma^4}{3!} \sum_b \sum_c \sum_d \frac{m_{0a}}{w_a} \frac{\begin{vmatrix} m_{bb} & m_{bc} & m_{bd} \\ m_{cb} & m_{cc} & m_{cd} \end{vmatrix}}{w_b w_c w_d} - 3 m_{0b} \frac{\begin{vmatrix} m_{ab} & m_{ac} & m_{ad} \\ m_{cb} & m_{cc} & m_{cd} \end{vmatrix}}{w_c w_d} \\ & + \frac{\gamma^5}{4!} \dots \dots \dots \left. \right\} \end{aligned}$$

Wenn man $\alpha_a = -(\Delta_a / \Delta) \alpha_0$ nach Taylor in Potenzen von γ entwickelt¹⁾, so folgt für den Stromkreis a von v sekundären Stromkreisen, welche von einem primären inducirt werden, die Stromamplitude α_a , verhältnissmässig einfach, als ($\gamma = in$)

$$\begin{aligned} \alpha_a = \alpha_0 & \left[- \frac{in m_{0a}}{w_a} - n^2 \sum_b \frac{m_{0b}}{w_a} \frac{m_{ab}}{w_b} - in^3 \sum_b \sum_c \frac{m_{0b}}{w_a} \frac{m_{ac}}{w_b} \frac{m_{bc}}{w_c} \right. \\ & + n^4 \sum_b \sum_c \sum_d \frac{m_{0b}}{w_a} \frac{m_{ad}}{w_b} \frac{m_{bc}}{w_c} \frac{m_{cd}}{w_d} \\ & \left. \pm \dots (-in)^{v+1} \sum_b \sum_c \dots \sum_v \frac{m_{0b}}{w_a} \frac{m_{av}}{w_b \dots} \frac{m_{bc} \dots m_{\mu v}}{w_\mu w_v} \dots \right] \end{aligned}$$

α_a hat die Form $A + iB$; wir erhalten Amplitude und Phase des analogen Sinusstroms als $\sqrt{A^2 + B^2}$ und $-B/A$.

Die Rückwirkung aller sekundären Kreise auf den inducierenden erhalten wir nach Gleichung (I) (p. 317), indem wir in $\sum m_{0a} \alpha_a$ bilden. Dieser Ausdruck ist wieder complex, der

1) Hierbei ist stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass Δ_a und Δ convergiren, was natürlich besonders von dem Werth von n abhängt. In unserem Fall ist dies auch experimentell nothwendig (vgl. weiter unten).

reelle Theil modificirt den Widerstand des Hauptkreises, der imaginäre Theil das Selbstpotential. Demnach:

$$w_0' = w_0 + n^2 \sum_a \frac{m_{0a}^2}{w_a} - n^4 \sum_a \sum_b \sum_c \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ac} m_{bc}}{w_a w_b w_c} + n^6 \dots$$

$$p_0' = p_0 - n^2 \sum_a \sum_b \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{w_a w_b} + n^4 \sum_a \sum_b \sum_c \sum_d \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ad} m_{bc} m_{cd}}{w_a w_b w_c w_d} - n^6 \dots$$

Wenn wir zu dem speciellen Falle eines Metallstückes zurückkehren, das als homogen vorausgesetzt sei, so verlaufen sämtliche secundären Ströme in ein und demselben Metall und man kann die Leitungsfähigkeit λ dieses Metalles herausziehen, indem man setzt $w_a = g_a / \lambda$, $w_b = g_b / \lambda$ etc., worin die g einfache geometrische Functionen sind, die von der Gestalt des Stromfadens abhängen.

Wenn wir dieses einführen, so folgt unser gesuchtes $\tau_n = (p_0 - p_0') / (w_0' - w_0)$ als:

$$\tau_n = \lambda \left\{ \frac{\sum_a \sum_b \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b} - (n\lambda)^2 \sum_a \sum_b \sum_c \sum_d \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ad} m_{bc} m_{cd}}{g_a g_b g_c g_d} + \dots}{\sum_a \frac{m_{0a}^2}{g_a} - (n\lambda)^2 \sum_a \sum_b \sum_c \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ac} m_{bc}}{g_a g_b g_c} + (n\lambda)^4 \dots} \right\}$$

Hieraus, wenn wir wieder nach Taylor in Potenzen von $(n\lambda)^2$ entwickeln:

$$\tau_n = \lambda \left\{ \frac{\sum_a \sum_b \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b}}{\sum_a \frac{m_{0a}^2}{g_a}} - (n\lambda)^2 \frac{\sum_a \sum_b \sum_c \sum_d \frac{m_{0a} m_{0b} m_{0c} m_{bc} (m_{0c} m_{bd} m_{de} - m_{0d} m_{ac} m_{cd})}{g_a g_b g_c g_d g_e}}{\left(\sum_a \frac{m_{0a}^2}{g_a} \right)^2} + (n\lambda)^4 \dots \right\}$$

Für Metallstücke bestimmter Form verwandeln sich die Summen in Integrale, die über das ganze Metallstück auszu-

dehnen sind. Dieselben lassen sich nur in den einfachsten Fällen auswerthen; einer derselben — dünne runde Scheibe — soll im Folgenden durchgeführt werden.

Discussion der Formeln.

Die eben abgeleitete Schlussformel für τ_n hat die Form

$$\tau_n = \lambda \cdot (A - (n\lambda)^2 B + (n\lambda)^4 C \pm \dots)$$

Für einen secundären Stromkreis (Ring oder Rolle) reducirt sie sich auf $\tau_n = \tau = \lambda m_{11} / g_1 = P / W$, welchen Fall wir am Eingang besprochen haben.

Für mehrere secundäre Stromkreise, also jedenfalls für ein Metallstück hat τ_n die obige Form.

Der principielle Unterschied zwischen einer Rolle und einem Metallstück ist also der, dass im ersten Fall $\tau_n = P / W$ nur abhängig ist von Widerstand und Selbstpotential der zu untersuchenden Rolle, im zweiten Falle jedoch τ_n ausser von der Leitungsfähigkeit und der Form des Metallstückes noch abhängig ist:

1. von der Schwingungszahl n des inducirenden Stromes,
2. von der inducirenden Rolle d. i. von der Form des magnetischen Feldes, in welches das Metallstück gebracht ist, da die Grössen A , B , C , Coefficienten mit dem Index 0 enthalten (m_{0a} etc.).

Jedes einzelne würde eine genauere Bestimmung von λ unmöglich machen, wenn nicht beide Einflüsse secundärer Natur wären. Der Einfluss der Schwingungszahl lässt sich durch Aenderung derselben eliminiren. Der Einfluss des Feldes ist so gering, dass z. B. die Aenderung des Feldes innerhalb einer quadratischen Rolle zu vernachlässigen ist. Beides muss bewiesen werden.

Abhängigkeit von n . A hat die Dimension L^2 , B L^6 , C L^{10} etc. Es wird die Reihe τ_n demnach schnell convergiren 1. mit den linearen Dimensionen des Metallstücks, 2. mit n , 3. mit λ . Man kann daher für jedes λ entweder die Grösse des Metallstücks oder n so wählen, dass τ_n sich merklich entweder nur auf das erste Glied $\tau_0 = \lambda A$ oder höchstens auf die beiden ersten $\lambda(A - (n\lambda)^2 B) = \lambda A(1 - q)$ reducirt, wobei das zweite Glied nur als Correction des ersten Gliedes hinzu-

gefügt wird und nicht mehr als 3 bis 4 Proc. des ersten betragen darf, damit das 3. Glied unter 1 pro Mille bleibt und vernachlässigt werden kann (vgl. p. 332).

Es hat dann keine Schwierigkeit, die Grösse dieses zweiten Gliedes festzustellen, wenn man τ_n für zwei Perioden n_1 und n_2 bestimmt.¹⁾ Ich wählte die Schwingzahlen 315 und 256 pro Sec., wobei die bequeme Relation besteht

$$\tau_{n_2} - \tau_{n_1} = 4\pi^2(B\lambda^3(315^2 - 256^2) = 4\pi^2 B\lambda^3 256^2/2,$$

sodass die Differenz der beiden Werthe τ_{n_2} und τ_{n_1} gerade die Hälfte des gesuchten zweiten Gliedes bei 256 Schwingungen beträgt. Da nur ein Correctionsglied hiermit bestimmt werden soll, sind kleinere Fehler vor allem auch in der Bestimmung von n_1 und n_2 belanglos. Sind mehrere Metallstücke derselben Form aber verschiedener Leitungsfähigkeit zu vergleichen, so genügt es für eines derselben q zu bestimmen, denn es ist q' für ein zweites Metallstück:

$$q' = q \left(\frac{\lambda'}{\lambda} \right)^2 = q \left(\frac{\tau_n'}{\tau_n} \right)^2$$

in erster Annäherung

$$= q \left(\frac{\tau_n'}{\tau_n} \right)^2 \left\{ 1 - q \left(\frac{\tau_n'^2}{\tau_n^2} - 1 \right) \right\}^2$$

in zweiter Annäherung. In den meisten Fällen wird die erste Formel völlig ausreichen.

Es wäre jedoch auch sonst sehr unbequem, jedesmal für eine andere Form des Metallstückes q besonders mit zwei Schwingungsdauern zu bestimmen. Für die wichtigsten Körper-

1) Eine Eigenschaft des optischen Telephons macht dies sehr bequem, nämlich mit ungefähr derselben Empfindlichkeit auf zwei Töne zu reagieren, die etwa eine Terz auseinander liegen. Ich habe dies bisher für eine Folge ungenauer Einstimmung gehalten und daher nicht erwähnt. Da es mir jedoch trotz sorgfältigster Einstimmung bisher nicht gelungen ist, nur einen Ton zu erhalten, so scheint die Sache doch tiefer begründet zu sein. Da der Apparat auf jeden der Töne so reagirt, als ob der andere gar nicht vorhanden wäre, die übrigen Eigenschaften also davon unberührt bleiben, so kann hierin nur ein Vorzug des optischen Telephons erblickt werden. Jeder der Eigentöne lässt sich durch Nähern der constanten Magnete (vgl. M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 685. 1891) etwas ändern, sodass man ohne Schwierigkeiten ein bestimmtes Intervall, wie oben, festhalten kann.

formen (Kugel und runde Scheibe) lassen sich nun ein für allemal Formeln aufstellen, mit Hülfe deren man τ_0 aus dem experimentell gefundenen τ_n in ähnlicher Weise berechnen kann, wie etwa die Reduction der bei einer beliebigen Temperatur gemessenen Leitungsfähigkeit auf 0° C. erfolgt. Ich komme weiter unten bei den Specialfällen hierauf zurück.

Die Abhängigkeit von τ_n von der Schwingungsdauer des Stromes ist ferner entscheidend für die Versuchsanordnung insofern, als bei einigen Messmethoden dadurch Fehlerquellen entstehen können. Der Strom eines Inductoriums enthält ausser dem Sinusstrom von der Periode der Unterbrechung noch eine Reihe von Strömen höherer Periode. Für jeden dieser Ströme wird τ_n einen anderen Werth haben. Infolgedessen erhält man im Hörtelephon nicht Null, sondern nur ein Minimum, das durch die Obertöne mehr oder weniger verdeckt und verschoben wird. Auch das Dynamometer wird falsche und zwar zu kleine Werthe für τ_n ergeben. Nur bei sehr schlechter Leitungsfähigkeit oder sehr kleinen Metallstücken wo die höheren Glieder von τ_n an und für sich klein sind, wird man einigermassen richtige Werthe erhalten. Das optische Telephon hingegen reagirt merklich nur auf den Grundstrom, auf den es eingestimmt ist, man erhält immer Null und zwar an der richtigen Stelle.

Will man bei der Methode das Dynamometer oder Hörtelephon anwenden, so muss man eine Stromquelle benutzen, die reine oder annähernd reine Sinusströme liefert, wie der Sinusinductor oder eine Wechselstrommaschine. Sehr bequem ist dabei, dass die Periode nicht genau bekannt und constant zu sein braucht, weil sie nur in einem Correctionsgliede vorkommt.

In der oben angegebenen Weise ist es also immer möglich τ_n auf das erste Glied $\tau_0 = \lambda A$ zu reduciren. In A befinden sich noch Grössen mit dem Index Null; wir kommen damit zu der Abhängigkeit von τ_n von dem magnetischen Felde. Es würde sehr schwierig sein, die Metallstücke immer genau an dieselbe Stelle der Rolle zu bringen. Glücklicherweise stellte sich experimentell sogleich heraus, dass die Aenderungen des Feldes, wenigstens soweit sie innerhalb einer quadratischen Rolle vorhanden sind, keinen merklichen Ein-

fluss auf τ_n haben.¹⁾ Folgende Versuche mögen als Beweis dienen.

Es wurde τ_n für eine Aluminiumscheibe an verschiedenen Stellen einer Rolle bestimmt, in welcher die Scheibe durch Unterlegen von Holzstückchen axial fortbewegt wurde. Die Rolle war ca. 7 cm hoch; die Scheibe befand sich zuerst in der Mitte also 3,5 cm vom oberen Rande entfernt; unter h ist die Entfernung vom obern Rande zu verstehen, unter W der Widerstand der secundären Rolle II' ($\tau_n = \tau_2 = P/W$).

h	W	h	W
3,5 cm	36,55	0,3 cm	36,65
2,2 „	36,55	— 0,4 „	36,40
1,4 „	36,60		

Erst der letzte Werth, wo die Scheibe schon ausserhalb der Rolle sich befand, weicht erheblich ab. Das allmähliche Ansteigen der anderen erklärt sich durch Ansteigen der Zimmertemperatur und folglich auch der des Metalls, welche anfangs 20,7° C. am Schlusse 21,3° betrug.

Der analoge Versuch wurde mit einer Quecksilberkugel in der Rolle A (14 cm hoch) gemacht. Es ergab sich: h Mitte der Kugel bis oberer Rand der Rolle.

1) Diese Thatsache dürfte auffallend erscheinen; sie erklärt sich daraus, dass der grösste Theil der Wirkung von den am Rande des Metallstücks fliessenden Strömen herrührt. Denn es ist

$$\tau_0 = \lambda A = \lambda \cdot \sum \sum \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b} \cdot \frac{1}{\sum \frac{m_{0a}^2}{g_a}}.$$

Der Voraussetzung nach ist nun das Metallstück ein Rotationskörper, die Elementarströme, Kreisströme. Für das annähernd homogene Feld quadratischer Rollen (vgl. hierüber auch p. 336) ist m_{0a} und m_{0b} proportional dem Quadrate des Radius, m_{ab} , g_a , g_b proportional dem Radius selbst. Zähler und Nenner von τ_0 bestehen mithin aus Reihen, deren Glieder den Radius in der dritten Potenz enthalten, und schnell mit dem Radius convergiren; der grösste Theil der Wirkung geht von dem äusseren Rande des Metallstückes aus. Betrachten wir diesen äusseren Rand allein, so bildet er einen Ring, bei dem $\tau_n = P/W$, also ganz unabhängig von dem Felde ist. Eine Aenderung des Feldes kann daher nur den kleinen Theil von τ_n beeinflussen, der von den mittleren, inneren Strömen des Metallstückes herrührt. Eine kleine Aenderung des Feldes kann also nur eine sehr kleine Aenderung von τ_n zur Folge haben.

h	W	h	W	h	W
7 cm	133,5	5 cm	133,6	3 cm	134,3
6 "	133,4	4 "	133,8	2 "	136,4

Beim vierten Werth, wo die Kugel schon 1 cm aus der Rolle herausragte, beginnt die Einwirkung des Feldes eben merklich zu werden.

Aus den Versuchen ergibt sich mithin, dass, solange das Metall innerhalb der Rolle bleibt, die Einwirkung der Aenderung des Feldes zu vernachlässigen ist. Es ist deshalb durchaus nicht notwendig, das Metall genau an dieselbe Stelle der Rolle zu bringen.

Hiermit ist die Aufgabe, welche Hughes anstrebte, gelöst, nämlich mit Hülfe von Inductionsströmen die Leitungsfähigkeit zweier Metallstücke von beliebiger aber gleicher Form und Grösse mit einander zu vergleichen.

Man bringt also die beiden Metallstücke am besten in einem Gefäss mit Wasser — um die Temperatur bestimmen zu können — in die Rolle *I* und stellt die Inductionswaage auf Null. Die Leitungsfähigkeiten verhalten sich dann wie $P/W_1 : P/W_2$ oder die specifischen Widerstände der Metalle, wie die Widerstände der secundären Rolle *II'*. Zum Vergleich der Leitungsfähigkeiten braucht man also von der ganzen Inductionswaage nur die Widerstände W_1 und W_2 zu kennen.

Ehe ich zu einigen Anwendungen übergehe, bleibt zu untersuchen, was uns die Formeln darüber sagen, wie die Intensität der Wirkung der Metallstücke auf die Rolle *I* d. i. die *Empfindlichkeit* der Waage von den Dimensionen und der Leitungsfähigkeit des Metalles und von der Schwingungszahl n abhängt. Entscheidend hierfür ist das Verhältniss der Aenderung des Selbstpotentials zum Selbstpotential der primären Rolle *I* selbst, also $(p_0 - p'_0)/p_0$ und analog $(w'_0 - w_0)/w_0$. Da die anderen Glieder nur Correctionsglieder sein sollen, so folgt $(p_0 - p'_0)/p_0$ aus der Gleichung für p'_0 auf p. 320 als:

$$\frac{n^2 \sum_a \sum_b \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{w_a w_b}}{p_0} = \frac{n^2 \lambda^2 \sum_a \sum_b \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b}}{p_0}$$

also proportional $n^2 \lambda^2 \cdot [L^4]$.

$$\frac{w'_0 - w_0}{w_0} = \frac{n^2 \sum_a \frac{m_{0a}^2}{w_a}}{w_0} = \frac{n^2 \lambda^2 \sum_a \frac{m_{0a}^2}{g_a}}{g_0}$$

worin λ_k die Leitungsfähigkeit des Kupfers der Rolle bezeichnen soll; also schliesslich $(w_0' - w_0 / w_0)$ prop. $n^2 \cdot \lambda \cdot [L^2]$, indem λ_k naturgemäss gleich bleibt.

Es folgt hieraus, dass, wenn man Metall schlechter Leitungsfähigkeit mit derselben Genauigkeit messen will, wie solches guter, man entweder die Schwingungszahl erhöhen oder die Dimensionen von Rolle und Metallstück vergrössern muss.

Der naheliegende Gedanke die Leitungsfähigkeit von Electrolyten auf diesem Wege zu messen, erscheint vorläufig leider unausführbar, da die am besten leitenden Flüssigkeiten noch immer mehr als 10 000 mal schlechter leiten, wie Quecksilber.

Man müsste also entweder eine 10 000 mal grössere Schwingungszahl anwenden oder die Dimensionen auf das 100 fache steigern.

IV. Vergleich von Leitungsfähigkeiten.

Eine Anzahl runder Metallscheiben von ca. 2,8 cm Radius und ca. 2 mm Dicke wurden untersucht. Die Metalle waren als „rein“ von Sy und Wagner in Berlin bezogen. Die Scheiben wurden nach einander in die Rolle *a* (7 cm Durchmesser) gebracht und mit der Rolle *c* im Zweige 2 compensirt. Die folgende Tabelle gibt die Resultate:

	I	II	III	W_{256}	W_0	σ
Kupfer. . .	23,63	23,64	23,65	23,64 Ω	22,30	1550
Aluminium .	35,91	35,86	35,93	35,90 „	35,01	2940
Zink . . .	75,2	75,55	75,40	75,38 „	74,93	5380
Zinn . . .	141,0	142,2	142,8	142,0 „	141,8	12500
Blei . . .	237,0	239,2	235,0	237,1 „	237,1	18800

Hierin bedeutet I, II, III 3 Einstellungen bei $n = 256 \cdot 2\pi$ wobei die Empfindlichkeit, wie aus Obigem folgt, mit λ abnimmt. W_{256} bedeutet den Mittelwerth dieser drei Einstellungen. W_0 ist der hieraus berechnete Wert von W für 0 Schwingungen, entsprechend τ_0 . Derselbe wurde in der oben angegebenen Weise mit Hülfe von $n_2 = 315 \cdot 2\pi$ für die Aluminiumscheibe bestimmt und für die übrigen nach der Formel $q' = q(\tau_n' / \tau_n)^2 = q(W_n / W_n')^2$ (p. 322) berechnet. σ ist der spezifische Widerstand wie er sich aus früheren Beobachtungen ergibt. W_0 und σ sind einander annähernd proportional. Die

Abweichungen erklären sich theils aus kleinen Differenzen in den Dimensionen, theils daraus, dass die Metalle nicht ganz rein waren. Ich komme auf diese Metallscheiben weiter unten noch einmal zurück.

Besonders bequem ist die Methode natürlich, wenn man Aenderungen der Leitungsfähigkeit ein und desselben Metallstückes z. B. mit der Temperatur bestimmen will, da man dabei sicher ist, immer gleiche Dimensionen zu haben. Die kleine Correction, welche für die Ausdehnung durch die Wärme anzubringen wäre, ist zu vernachlässigen.

Es wurde der Temperaturcoefficient zwischen 10 und 30° C. einer Kupfersorte bestimmt, welcher für weiter unten zu besprechende Versuche wichtig ist.

Eine Kupferscheibe von 7 cm Radius und ca. 0.5 mm Dicke wurde auf kleine Holzklötze in ein Glasgefäß mit Wasser gelegt und in die Rolle *B* gebracht. Das Glasgefäß war mit einer Filzhülle umgeben, um die Rolle vor allzu schnellen Temperatureinflüssen zu schützen und um das Wasser möglichst lange auf constanter Temperatur zu erhalten. Da es auf die Form des Metalles nicht ankam, wurde in die Mitte der Kupferscheibe ein Loch von 3,5 cm Radius geschnitten, um dem Wasser beim Umrühren freieren Durchgang zu gewähren. Die Temperatur wurde in der Weise hergestellt, dass wärmeres Wasser zugegossen wurde. Darauf wurde das Gefäß in die Rolle gestellt, umgerührt, die Temperatur abgelesen, wobei sich die Thermometerkugel unmittelbar an dem Kupfer befand, dann die Nulleinstellung gemacht und wieder die Temperatur abgelesen. Da die Einstellung nur Bruchtheile einer Minute dauerte, betrug die Differenz der beiden Ablesungen immer weniger als 0,1° C. Der Temperaturcoefficient gilt für die Umgebung von 19° C. und ist nach der Formel berechnet

$$\alpha = \frac{1}{\lambda_{19^\circ}} \frac{\lambda - \lambda_{19^\circ}}{\Theta - 19^\circ} = \frac{1 - W/W_{19^\circ}}{\Theta - 19^\circ}$$

worin W der auf $n = 0$ reducirte Widerstand der compensirenden Rolle *II'* ist. Diese Reduction von W_{256} auf W_0 geschah, wie oben, indem für eine Leitungsfähigkeit auch W_{315} gemessen, daraus die Correction für diese und auch für die übrigen Leitungsfähigkeiten berechnet wurde. Eine erste Versuchsreihe gab

θ	W'_{298}	W'_0	α
9,06°	97,35	94,91	+ 0,00 396
18,80°	101,10	98,74	- 0,00 388
28,82°	104,85	102,58	

Eine zweite Versuchsreihe gab:

θ	W'_{298}	W'_0	α
9,28°	97,60	95,16	+ 0,00 393
19,97°	101,70	99,33	- 0,00 372
29,59°	105,15	102,88	

Als Mittelwerth des Ganzen ergibt sich um 19° herum $\alpha = 0,00387$. Da derselbe für die tieferen Temperaturen etwas zuzunehmen scheint, so habe unten ich als Temperaturcoefficient für die Reduction auf 0° einfach 0,004 angenommen.

V. Messung von Leitungsfähigkeiten.

Bisher gestattet die Methode nur die Leitungsfähigkeit von zwei Metallstücken gleicher Dimension und Form mit einander zu vergleichen. Will man irgend genauere Werthe für die Leitungsfähigkeit erhalten, so kann man zum Vergleich nur Quecksilber nehmen, da die Leitungsfähigkeiten aller anderen Metalle, abgesehen von den schwer zu vermeidenden kleinen Verunreinigungen, durch Differenzen in der Structur Veränderungen bis zu mehreren Procenten erleidet.

Es ist nun erstens schwierig Quecksilbermengen und feste Metalle genau in dieselbe Form zu bringen. Ferner würde die Empfindlichkeit der Methode nicht ausreichen, um zwei Metallmassen so verschiedener Leitungsfähigkeit, wie Quecksilber und die meisten anderen Metalle sie haben, mit einiger Genauigkeit zu vergleichen. Denn nach obigen Formeln p. 325 ist die Einwirkung auf das Selbstpotential der Rolle proportional λ^2 . Man muss deshalb schon ziemlich grosse Quecksilbermengen anwenden, um eine genügend starke Einwirkung zu erhalten. Allzugross darf man hingegen die gut leitenden Metallstücke auch nicht nehmen, weil man dann die von n abhängigen Glieder von τ_n zu gross erhält.

Man könnte nun die Einwirkung der Aenderung einer Dimension des Metallstückes z. B. der Dicke bei runden Scheiben, auf τ_n experimentell bestimmen, und dann dicke Quecksilberscheiben mit dünnen Kupferscheiben von demselben Radius vergleichen, ähnlich wie es Oberbeck und Bergmann¹⁾ gethan haben.

1) l. c. p. 801.

Bei weitem vorzuziehen wäre es jedoch, wenn man ohne Vergleich mit einem anderen Stück direct aus Form und Dimensionen und aus dem beobachteten Werthe von τ_0 auf die Leitungsfähigkeit schliessen könnte.

Dazu muss man

$$\tau_0 = \lambda \cdot \frac{\sum \sum \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b}}{\sum \frac{m_{0a}^2}{g_a}}$$

berechnen. Es gelingt dies für die einfachsten Körperformen, Kugel und dünne runde Scheibe, in einem *homogenen Feld*.

Einfluss der Inhomogenität des Feldes.

Das Feld der „quadratischen Rollen“, welche benutzt wurden, ist sowohl axial wie radial inhomogen. Es würde nur in dem Falle einen Zweck haben, τ_0 für ein homogenes Feld zu berechnen, wenn diese Inhomogenität des Feldes ohne wesentlichen Einfluss auf τ_0 ist. Dieses soll im Folgenden experimentell nachgewiesen werden.

Dass die axiale Abweichung des Feldes keinen merklichen Einfluss hat, folgt direct aus den obigen Versuchen mit der Quecksilberkugel (p. 325). Die axiale Aenderung des Feldes ist an den Enden der Rolle viel grösser als in der Mitte, wo es sich in einem ziemlich grossen Bereiche nur wenig ändert, d. h. annähernd axial homogen ist. Der Werth von τ_n war auch, als die Kugel 1 cm aus der Rolle herausragte, noch kaum merklich (0,2 Proc.) von dem, als die Kugel sich in der Mitte befand, verschieden. Noch viel weniger merklich kann die Einwirkung der viel geringeren Abweichung des mittleren Feldes von dem homogenen sein.

Nicht so sicher folgt aus den obigen Versuchen mit der Aluminiumscheibe, dass die radiale Inhomogenität ohne Einfluss ist, weil die radiale Aenderung des Feldes nach den Enden der Rolle zu nur sehr gering ist. Da jedoch dieser Beweis eine nothwendige Vorbedingung für das Folgende ist, so muss er noch speciell experimentell geführt werden. Zu diesem Zwecke wurde zuerst untersucht, wie gross der Einfluss sehr starker radialer Abweichungen des Feldes auf τ_n sei.

Als extreme Fälle wurde eine Kupferscheibe einmal in eine ringförmige Rolle, das andere mal auf eine Rolle gelegt, welche nur den halben Durchmesser der Scheibe hatte. Das Feld eines Kreisstromes vom Radius r ist in einem Punkte in der Kreisebene, der um ϱ vom Mittelpunkte entfernt ist, proportional

$$\left(1 + \frac{3}{4} \frac{\varrho^2}{r^2}\right),$$

also laufen bei weitem mehr Kraftlinien durch den Rand der Scheibe, wie durch die Mitte. In dem anderen Falle laufen alle Kraftlinien durch den mittleren Theil der Scheibe. Es ergab sich eine Differenz von 6,3 Proc für τ_n . Wenn wir das τ_n für ein homogenes Feld als etwa in der Mitte liegend annehmen, so ist die Abweichung für den Ring ca. 3 Proc. Das Feld der quadratischen Rollen nähert sich ganz erheblich mehr einem homogenen, als das eines Ringes, besonders wenn, wie stets im Folgenden, nur der mittlere Theil dieses Feldes bis zu ca. $\frac{4}{5}$ des Radius benutzt wird. Somit kann man schon hieraus den Schluss ziehen, dass die Abweichung von τ_n nur Bruchtheile eines Procents betragen kann. Zum exacten Beweis wurde noch folgendes Experiment angestellt:

Helmholtz hat ein annähernd homogenes Feld dadurch erzielt, dass er zwei ringförmige Rollen vom Radius r in die Entfernung r voneinander brachte; dann fallen die quadratischen Glieder in dem Ausdrucke für das magnetische Feld fort und es wird proportional

$$\left(1 - \frac{54}{125} \cdot \frac{\varrho^4}{r^4}\right).$$

Das übrig bleibende Glied vierter Ordnung ist negativ, also ist die übrigbleibende Abweichung vom homogenen Felde der unserer Rollen entgegengesetzt. Man kann nun erstens τ_n für eine Scheibe einmal in dem Helmholtz'schen Felde, das andere mal in einer quadratischen Rolle bestimmen; ist hier die Differenz gering, so ist die gesuchte noch geringer. Ferner kann man die Aenderung von τ_n mit der Aenderung des Feldes direct beobachten, indem man die Rollen einander näher und näher bringt, bis sie einander berühren, also von dem Helmholtz'schen Felde allmählich zu dem einer kurzen annähernd ringförmigen Rolle übergeht.

Das Helmholtz'sche Feld wurde durch zwei sehr kurze Rollen eines Wiedemann'schen Galvanometers hergestellt, deren Radius ca. 6,5 cm betrug. Dazwischen wurde eine Kupferscheibe von 6 cm Radius gebracht, welche knapp in die Rollen hineinpasste. Die erhaltenen Abweichungen sind also erheblich grössere, als bei den späteren Versuchen, wo nur der homogenere mittlere Theil des Feldes benutzt wurde. Ich erhielt $W = 26,63$, während ich in einer quadratischen Rolle 26,79 fand. Demnach eine Differenz von ca. $\frac{1}{2}$ Proc.

Bei der allmählichen Näherung der beiden Rollen erhielt ich folgende Werthe für W :

Abstand = 4 cm	3,5 cm	3,00 cm	2,5 cm	2,0 cm
$W = 26,51$	26,62	26,75	26,89	27,03

Aus beidem folgt, dass die geringe Abweichung des Feldes quadratischer Rollen von dem homogenen nur einen sehr kleinen Einfluss auf den Werth von τ_n hat, welcher 0,3 Proc. kaum überschreiten dürfte.

Im Folgenden werden wir in den speciellen Fällen durch Vergleich der für ein homogenes Feld berechneten und für das Feld quadratischer Rollen experimentell gefundenen Werthe von τ_n die Möglichkeit erhalten, diesen Einfluss direct festzustellen und gleichzeitig die kleine Correction in den Zahlenconstanten der berechneten Formeln für τ_n vorzunehmen, damit sie statt für ein homogenes Feld für das quadratischer Rollen gelten.

Kugel.

Die Theorie einer leitenden Kugel in einem homogenen periodischen Felde ist vollständig von Oberbeck¹⁾ gegeben, und zwar findet derselbe, dass „durch die Anwesenheit der Kugel das Magnetfeld so verändert wird, als ob im Centrum derselben ein kleiner Magnet sich befände, dessen Axe mit den Kraftlinien zusammenfällt, dessen Moment periodisch veränderlich ist. Doch ist die Phase desselben verschieden von der Phase der Aenderungen des ursprünglichen Feldes“. Das magnetische Potential der Kugel auf einen Punkt, dessen Entfernung vom Mittelpunkt r mit der Richtung der Kraftlinien den Winkel ϑ einschliesst, findet Oberbeck als:

1) Oberbeck, Wied. Ann. 31. p. 824. 1887.

$$P = -\frac{\cos \vartheta}{r^3} (g_1 \cos n t + h_1 \sin n t),$$

worin g_1 und h_1 Functionen von λ , n und R , dem Radius der Kugel, sind.

Unsere Grösse τ_n folgt unmittelbar daraus als $\tau_n = g_1 / n h_1$, und berechnet sich aus den von Oberbeck angegebenen Reihenentwickelungen als:

$$\tau_n = 1,197 \lambda \cdot R^2 \{ 1 - (4 \pi \lambda n R^2)^2 5,764 \cdot 10^{-4} \\ + (4 \pi \lambda n R^2)^4 7,21 \cdot 10^{-7} - \dots \},$$

oder indem $\tau_0 = 1,197 \cdot \lambda \cdot R^2$ eingeführt wird:

$$\tau_n = \tau_0 \{ 1 - (n \tau_0)^2 \cdot 0,0635 + (n \tau_0)^4 \cdot 0,0094 - \dots \}.$$

Es gilt, diese Formel experimentell zu verificiren. Zu diesem Zwecke kann allein Quecksilber genommen werden, weil bei allen übrigen Metallen die Leitungsfähigkeit unsicher ist.

Nach obiger Formel darf $\tau_0 n$ nicht viel grösser als $\frac{1}{2}$ sein, da sonst das Glied vierter Ordnung über unsere Fehlergrenze $1 \frac{0}{00}$ steigt. Daraus berechnet sich R für $n = 256 \cdot 2 \pi$ und $\lambda = 1,046 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}$ (Quecksilber bei 18° C.).

$$R = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 1608 \cdot 1,197 \cdot 1,046 \cdot 10^{-5}}} = 4,99 \text{ cm.}$$

Ich füllte daher zwei Glaskugeln, eine von ca. 4 cm, die andere von ca. 5 cm Radius, die möglichst kugelförmig geblasen waren, mit gewaschenem und im Vacuum destillirtem Quecksilber. Kleine Abweichungen von der Kugelform haben hier einen ebenso geringen Einfluss, wie etwa kleine Abweichungen einer Capillare von der genau cylindrischen Form: es kommt hauptsächlich auf den richtigen Mittelwerth an.

Von diesen Quecksilberkugeln musste nun der Radius, τ_0 und das quadratische Glied von τ_n experimentell bestimmt werden, um die obige Formel zu prüfen.

Die Bestimmung des Radius geschah nach drei Methoden:

I. Durch Wägung des Quecksilbers. Diese Methode hat den Vorzug, dass sie einen Mittelwerth liefert, den Nachtheil, dass man wegen des Ansatzrohres der Kugel nicht wissen kann, wann die Kugel ganz gefüllt ist.

II. Durch Messung des Umfanges mit Papierstreifen, die an einer Stelle mit einer feinen Nadel durchbohrt wurden; es

musste hierbei die Dicke des Papierstreifens (0,075 mm) von dem gefundenen Radius abgezogen werden.¹⁾

III. Indem die Kugeln zwischen zwei Spitzen gebracht wurden, deren Entfernung mit dem Comparator gemessen wurde.

Bei II. und III. misst man den äusseren Umfang der Kugel; es muss daher die mittlere Dicke der Glaswand von dem Radius abgezogen werden. Die Dicke der Glaswand erwies sich als ziemlich verschieden und die Werthe schwankten

bei der kleineren Kugel zwischen 0,30 und 0,65 mm, Mittel 0,47 mm
 „ „ grösseren „ „ 0,45 „ 0,65 „ „ 0,55 „

Hierin dürfte der grösste Fehler der beiden letzten Bestimmungsweisen liegen. Die Gefässe waren übrigens ziemlich genau kugelförmig, da die einzelnen Messungen nach II. und III. keine Differenzen über $\frac{1}{2}$ Proc. ergaben.

Ich erhielt folgende Mittelwerthe:

	Wägung	Papierstreifen	Spitzen	Mittel
Kugel 1	3,841	3,839	3,852	3,844 cm
Kugel 2	4,950	4,938	4,944	4,944 „

Zur Bestimmung von τ_n wurden die Kugeln in die Rolle *A* gebracht (ca. 14 cm Durchmesser). Der Einfluss der unsicheren Füllung der Kugeln, welcher oben bei der Bestimmung des Radius durch Wägung störte, war hier zu vernachlässigen, weil die Oeffnung der Kugel naturgemäss nach oben gerichtet war. In dem Quecksilber, was dort zu viel, resp. zu wenig ist, laufen nur schwache Ströme von kleinem Radius, die nur eine sehr geringe Wirkung haben können. Eine Hinzufügung von 1 Proc. Quecksilber gab eine Aenderung von τ_n von kaum 1 $\frac{0}{100}$.

Für die kleinere Kugel 1 erhielt ich bei drei verschiedenen Versuchen als einzuschaltenden Rheostatenwiderstand:

219,2 Siem. 218,2 Siem. 218,5 Siem. Mittel 218,63 = 205,7 Ω .

Dazu der Widerstand der compensirenden Rolle *II'* selbst:
 + 10,90 Ω = 216,6 Ω . Hieraus $\tau_n = \tau_2 = P / W$

$$\tau_n = \frac{3,999 \cdot 10^{+7} \text{ cm}}{216,6 \cdot 10^9 \text{ cm sec}^{-1}} = 1,8385 \cdot 10^{-4} \text{ sec.}$$

1) Heydweiller, Absol. Strommessung. p. 17. Inauguraldissert. Würzburg 1886.

Nach der obigen Formel mit Hülfe des gefundenen Werthes von $R = 3,844$ cm und der Leitungsfähigkeit des Quecksilbers, welches $19,5^{\circ}$ C. besessen hatte, berechnet:

$$\tau_n = 1,8378 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

in sehr guter Uebereinstimmung.

Für die grössere Kugel 2 wurde gleichzeitig das quadratische Glied q bestimmt, indem abwechselnd mit $n = 256 \cdot 2\pi$ und $n = 315 \cdot 2\pi$ Einstellungen gemacht wurden. Es war hier die einzelne Nulleinstellung erheblich sicherer, wie bei der kleineren Kugel und es konnte daher hier q mit einiger Sicherheit ermittelt werden.

Ich erhielt der Reihe nach folgende Werthe für den Rheostatenwiderstand:

$n/2\pi = 256$	315	256	315	256
129,2 Siem.	130,35	129,3	130,4	129,2

Die Lufttemperatur war ebenso wie die des Quecksilbers bei diesem Versuche 18° C. Demnach der Widerstand der Rolle II selbst $= 11,85 \Omega$. Also $W_{256} = 133,42 \Omega$, $W_{315} = 134,46 \Omega$. Hieraus

$$q = \frac{2 \cdot (W_{256} - W_{315})}{W_0} = \frac{2 \cdot 1,04}{131,84} = 0,0154.$$

Es folgt also $\tau_n = 2,998 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$, $\tau_0 = 3,045 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$. Die Berechnung nach obiger Formel gibt

$$\tau_n = 3,008 \quad \tau_0 = 3,055 \quad q = 0,0156.$$

Die Differenz von etwa 0,3 Proc. zwischen Rechnung und Versuch übersteigt die hier sehr kleinen Fehlergrenzen und rührt von der Inhomogenität des Feldes her, welche wie die obigen Versuche ergeben, τ_n etwas verkleinert. Bei der kleineren Kugel fand sich diese Differenz nicht; erstens weil das Feld dort verhältnissmässig homogener ist und dann weil die Einstellungsfehler dort grösser waren ca. 0,3 – 0,4 Proc., so dass dieselben die Differenz verdecken können.

Aus den Resultaten mit Kugel 2 ergibt sich für τ_n statt des berechneten Ausdruckes:

$$\tau_n = 1,197 \cdot R^2 \lambda (1 - (4\pi \lambda_n R^2)^2 5,76 \cdot 10^{-4})$$

die Form:

$$\tau_n = 1,194 R^2 \lambda (1 - (4\pi \lambda_n R^2)^2 5,6 \cdot 10^{-4}).$$

Die letztere ist offenbar für das Feld unserer quadratischen Rollen die richtigere und eventuell zu benutzen.

Ich habe es bisher vermieden für τ_0 nach Analogie mit einer Rolle oder einem Ring den Ausdruck „Relaxationszeit“ oder „Zeitconstante“ zu gebrauchen aus folgendem Grunde:

Wir haben oben gesehen, dass der Werth von τ_0 von dem Feld abhängig ist d. h. abhängig davon, wie die Stromintensität in dem Metallstück vertheilt ist. Je mehr die Kraftlinien und damit die Intensität nach dem Rande zunehmen, desto kleiner wird τ_0 .

Nun haben Niven¹⁾ und Lamb²⁾ die Zeitconstante einer Kugel berechnet und sie definirt als die längste Zeit, in welcher ein Strom von der Intensität 1 auf die Intensität $1/e$ herabsinkt.

Im homogenen Feld ist, wie aus den Versuchen mit dem Hemholtz'schen Feld (p. 331) sich ergibt, τ_0 nicht ein Maximum, sondern es nimmt noch zu, wenn die Kraftlinien in der Mitte des Metallstückes enger verlaufen, wie an dem Rande.

Demnach muss die von Niven und Lamb berechnete Zeitconstante grösser sein, wie unser τ_0 . Sie fanden $\tau = (4/\pi) R^2 \lambda = 1,273 R^2 \lambda$ also um über 6 Proc. grösser als τ_0 . Es sind dies daher verschiedene Grössen, die nicht mit demselben Namen bezeichnet werden dürfen.

Die Form der Kugel hat den Vorzug, dass die Theorie vollständig klar liegt und dass man den Radius — wenigstens bei festen Metallen — ohne Längenmessung durch Gewicht und specifisches Gewicht feststellen kann; sie hat den grossen Nachtheil, dass Kugeln technisch schwer herzustellen sind. Ich habe deshalb auch nur mit zwei Quecksilberkugeln Versuche angestellt, was zur genauen experimentellen Feststellung der Constanten nicht genügen würde.

Viel leichter auf jeder Drehbank herzustellen, wenn auch die Theorie sich bei ihnen nicht so weit durchführen lässt, sind *runde Scheiben*.

1) Niven, Phil. Tr. 172. p. 307. 1882.

2) Lamb, Proc. Roy. Soc. 35. p. 130—32. 1883.

Runde Scheiben.

$$\tau_0 = \lambda \cdot \frac{\sum_a \sum_b \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b}}{\sum_a \frac{m_{0a}^2}{g_a}}$$

lässt sich für *dünne* runde Scheiben in folgender Weise berechnen. Die Dicke der Scheibe D sei so klein, dass die Intensität innerhalb derselben als constant angesehen werden kann. Dann brauche ich mir nur die Scheibe durch concentrische Kreise in unendlich dünne Ringe zerschnitten zu denken und

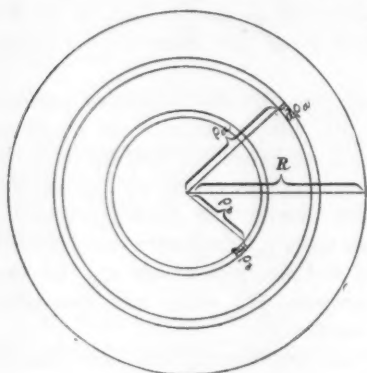


Fig. 5.

für diese τ_0 zu berechnen. Ueber alle diese Ringe ist zu summieren d. h. von $0 - R$ zu integrieren, wenn R der Radius der Scheibe ist.

Für einen beliebigen Ring mit dem Radius q_a und der Breite $d q_a$ (vgl. Fig. 5) ist:

$$g_a = \lambda w_a = \frac{2 \pi q_a}{D \cdot d q_a}$$

m_{0a} ist für ein homogenes Feld proportional q_a^2 also:

$$m_{0a} = C \cdot q_a^2.$$

Für einen beliebigen anderen Ring q_b ist ebenso:

$$g_b = \frac{2 \pi q_b}{D d q_b} \quad m_{0b} = C \cdot q_b^2$$

m_{ab} , der gegenseitige Inductioncoefficient von zwei Kreisströmen ist nach Maxwell:¹⁾

1) Maxwell, Electr. and Magn. II. § 704. Diese Formel gilt streng für die gegenseitige Induction von zwei Kreisströmen, deren Abstand klein ist gegen den Radius. Für grössere Abstände treten Correctionsglieder hinzu. Bei den Scheiben geht, wie oben auseinandergesetzt, die bei weitem grösste Wirkung von den dem Rande benachbarten Strömen aus. Bei diesen ist die Bedingung: Abstand klein gegen Radius gewahrt. Der mittlere Theil der Scheibe hat nur eine geringe Wirkung. — Die Correctionsglieder, welche hier eigentlich hinzugefügt werden müssten,

$$m_{ab} = 4\pi q_a \left(\ln \frac{8q_a}{q_a - q_b} - 2 \right) = 4\pi q_a \left(\ln \frac{q_a}{q_a - q_b} + 0,083 \right)$$

Es ist also:

$$\tau_0 = \lambda \cdot \frac{\sum \sum \frac{m_{0a} m_{0b} m_{ab}}{g_a g_b}}{\sum \frac{m_{0a}^2}{g_a}} = \lambda \cdot \frac{\int_0^R \int_0^R \frac{C q_a^2 \cdot C q_b^2 \cdot 4\pi q_a \left(\ln \frac{q_a}{q_a - q_b} + 0,083 \right)}{\frac{2q_a \pi}{D \cdot dq_a} \cdot \frac{2q_b \pi}{D \cdot dq_b}}}{\int_0^R \frac{C^2 q_a^4}{\frac{2\pi q_a}{D \cdot dq_a}}}$$

$$\tau_0 = \frac{2 \cdot D \cdot \lambda \int_0^R dq_a q_a^2 \int_0^R dq_b \cdot q_b \ln \frac{q_a}{q_a - q_b} + 0,166 D \lambda \int_0^R dq_a \cdot q_a^2 \int_0^R dq_b \cdot q_b}{\int_0^R q_a^3 dq_a}$$

Der Nenner und das zweite Glied des Zählers lassen sich ohne weiteres integrieren und es wird:

$$\tau_0 = \frac{8 \cdot D \cdot \lambda}{R^4} \int_0^R dq_a \cdot q_a^2 \int_0^R dq_b \ln \frac{q_a}{q_a - q_b} dq_b + 0,111 \cdot D \cdot R \cdot \lambda.$$

Auch das erste Glied ist infolge der einfachen Grenzen integrabel und gibt:

$$\int_0^R q_a^2 dq_a \int_0^R dq_b \ln \frac{q_a}{q_a - q_b} dq_b = \frac{1}{2} \int_0^R dq_a \left\{ q_a^2 (R^2 - q_a^2) \ln \frac{q_a}{q_a - R} + q_a^2 R \left(q_a + \frac{R}{2} \right) \right\}$$

$$= \frac{R^5}{4}$$

Hieraus

$$\tau_0 = 2 R D \lambda + 0,111 \cdot R \cdot D \cdot \lambda = 2,111 \cdot R \cdot D \cdot \lambda.$$

Lamb¹⁾ hat auch für dünne runde Scheiben die „Zeitconstante“

sind als kleine Aenderungen kleiner Grössen sehr klein. Dieselben vergrössern den Werth der gegenseitigen Induction, demnach ist das ohne sie berechnete, τ_0 etwas zu klein.

1) Lamb, Proc. Roy. Soc. 42. p. 289—96. 1887.

berechnet, wieder mit derselben Definition wie bei der Kugel. Er behandelt die Scheiben als Specialfall eines Rotationsellipsoids, dessen eine Axe sehr klein wird, und erhält:

$$\tau = 2,26 \cdot R \cdot D \cdot \lambda.$$

Wenn wir hier den Zahlenwerth wieder, wie bei der Kugel, als um 6,3 Proc. zu gross annehmen, so erhalten wir $\tau_0 = 2,118 \cdot R \cdot D \cdot \lambda$ in guter Uebereinstimmung mit dem oben berechneten Wert, der, wie gesagt, in Folge Vernachlässigung von Correctionsgliedern etwas zu klein sein kann. Jedoch sind natürlich beide Werthe unsicher. Sicherheit kann nur das Experiment geben.

Lamb berechnet ferner den Einfluss der Dicke der Scheibe in erster Annäherung als $\tau = 2,26 \cdot R \cdot D \cdot \lambda (1 - (D/R))$. Bei kleinerer Dicke habe ich dies mit dem Versuch in Uebereinstimmung gefunden; bei grösserer Dicke reicht die Formel nicht aus; ich fand jedoch vollständige Uebereinstimmung des Experimentes mit der sehr ähnlichen Formel:

$$\tau_0 \text{ prop. } \frac{\lambda \cdot D \cdot R}{1 + 0,94 D/R}.$$

Der Einfluss der Dicke ist hier offenbar von der grössten Wichtigkeit, weil man besonders bei schlecht leitenden Metallen nicht immer ganz dünne Scheiben nehmen kann.

Ehe ich zu den Versuchen zur Prüfung der Formel überging, wurde vorweg der Einfluss des quadratischen Gliedes von τ_n für runde Scheiben bestimmt. τ_n sei, wie bei der Kugel, in der Form dargestellt:

$$\tau_n = \tau_0 (1 - (n \tau_0)^2 a_1 + (n \tau_0)^4 a_2 \dots).$$

Hierin sind $a_1, a_2 \dots$ reine Zahlen und können demnach nur von der Form des Metallstückes abhängig sein. Im Falle einer runden Scheibe wäre also eine Abhängigkeit von D/R möglich. Eine solche habe ich nicht entdecken können, obgleich ich dies Verhältniss sehr variirt habe. Als dünne Scheiben wurden Kupferscheiben, als dicke Quecksilberscheiben benutzt, die, da es hier auf die genaue cylindrische Form noch nicht ankam, einfach dadurch hergestellt wurden, dass Quecksilber in runde Glasgefässe gegossen wurde. Zur Bestimmung von a_1 wurde wieder τ_n für $n = 256 \cdot 2\pi$ und $315 \cdot 2\pi$ gemessen. Einige Zahlen seien hier angeführt.

	<i>R.</i>	<i>D.</i>	<i>R/D</i>	α_1
Cu-Scheibe	5,5	0,2	27,5	0,072
Hg "	9	1,9	4,7	0,079
"	6	3,5	1,7	0,076
"	6	5,0	1,2	0,073
			Mittel	0,075

Die Abweichungen vom Mittelwerth sind durchaus innerhalb der Fehlergrenzen und nicht eine Richtung vorherrschend. Ein Fehler von 5 Proc. bei q , bewirkt einen Fehler von höchstens 1‰ bei τ_n (je nach dem Werth von $\tau_0 n$). Demnach kann für alle runden Scheiben, unabhängig von D/R , die Formel gelten:

$$\tau_n = \tau_0 \{ 1 - 0,075 (\tau_0 n)^2 \}$$

oder, da man τ_n beobachtet und τ_0 sucht:

$$\tau_0 = \tau_n \{ 1 + 0,075 (\tau_n n)^2 + 0,017 (\tau_n n)^4 \}.$$

Im Folgenden sind alle Beobachtungen nur für eine Schwingungsdauer (256) gemacht und τ_0 nach obiger Formel berechnet.

Zur Prüfung der Formeln konnte auch hier nur Quecksilber benutzt werden, wie bei den Kugeln.

Das Quecksilber wurde in aus Holz gedrehte Hohlräume gegossen; deren Durchmesser wurde mit dem Comparator gemessen, und bei dem einen Gefäß zu 8,84 cm, bei dem anderen zu 6,07 cm bestimmt. Die Dicke der Scheiben wurde durch das Gewicht festgestellt.

Die Capillarität konnte insofern eine Fehlerquelle bilden, als infolgedessen der Rand der Scheibe zu dünn, die Mitte zu dick ist. Die beiden Wirkungen hiervon heben sich nicht auf, da die mittleren Theile einen viel geringeren Einfluss haben als der Rand. Es musste also noch der Einfluss der Capillarität bestimmt werden. Es geschah dies, indem eine Sublimatlösung auf die Quecksilberscheibe gegossen wurde; dadurch wird nach Bunsen¹⁾ die Capillarität grösstentheils aufgehoben. Die Differenz von τ_0 mit und ohne Sublimat gemessen, gibt daher den grössten Theil des Fehlers. Ich erhielt bei einer dünnen Scheibe (2 der folgenden Tabelle) mit Sublimat: $W = 337,3 \text{ } \Omega$, ohne: $W = 338,1$, also $2,2\text{‰}$ Differenz. Ein

1) Bunsen, Gasometrische Methoden. p. 36. Braunschweig 1857.

anderer Versuch gab $1,8^{0}_{00}$. Die entstehende dünne Haut von Quecksilberchlorür erwies sich durch Wägung als belanglos. Da nicht die ganze Wirkung der Capillarität durch die Sublimatlösung aufgehoben wird, nahm ich dieselbe bei dieser Scheibe als 0,3 Proc. an, und gleichzeitig, dass dieselbe proportional Radius und Dicke abnimmt. Bei dickeren Scheiben fällt demnach die Correction für die Capillarität durchaus in die Fehlergrenzen.

In der folgenden Tabelle bedeutet R den Radius der Scheiben, D die durch Wägung bestimmte Dicke, W_n den beobachteten Widerstand der compensirenden Rolle II' , τ_0 aus $\tau_n = P/W_n$ nach obiger Formel berechnet, wobei die kleine Correction für Capillarität hinzugefügt ist, θ die Temperatur des Quecksilbers und x den Zahlencoefficienten, welcher oben als 2,111 resp. 2,118 berechnet ist. Hier ist derselbe aus den Versuchen nach der Formel:

$$\tau_0 = \frac{x \cdot \lambda \cdot R \cdot D}{1 + 0,94 D/R}$$

oder

$$x = \frac{\tau_0 (1 + 0,94 D/R)}{\lambda \cdot R \cdot D}$$

berechnet. λ ist die Leitungsfähigkeit von Quecksilber bei der Temperatur θ nach der Formel

$$\lambda_\theta = 10^{-5} \cdot 1,0461 \{1 - 0,0099(\theta - 18^\circ)\}$$

berechnet, wobei $\lambda_{0,0} = 1,063$ angenommen wurde und λ_{18} zu $1,0461 \cdot 10^{-5}$ nach den von Kreichgauer und Jäger¹⁾ gegebenen Zahlen berechnet wurde.

$$R = 8,84 \text{ cm.}$$

	D	D/R	W_n	τ_0	θ	x
1.	0,512 cm	0,058	425,0 Ω	$0,9457 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$	18°	2,105
2.	0,653 "	0,074	338,1 "	1,190	18°	2,108
3.	0,805 "	0,091	279,3 "	1,442	$18,5^\circ$	2,102
4.	1,022 "	0,115	224,8 "	1,794	18°	2,103
5.	1,248 "	0,141	187,9 "	2,151	18°	2,109

Mittel von $x = 2,1054 \pm 0,0016$.

1) Kreichgauer u. Jäger, Wied. Ann. 47. p. 513. 1892.

$$R = 6,07 \text{ cm.}$$

	D	D/R	W_n	τ_0	Θ	x
6.	1,011 cm	0,167	341,5 Ω	$1,1773 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$	$16,5^\circ$	2,118
7.	1,981 "	0,326	198,4 "	2,035	$17,5^\circ$	2,113
8.	2,954 "	0,487	149,1 "	2,722	$17,5^\circ$	2,115
9.	3,879 "	0,639	125,4 "	3,259	18°	2,118
10.	4,893 "	0,806	110,0 "	3,738	18°	2,117

$$\text{Mittel von } x = 2,1162 \pm 0,0012.$$

Die beiden Versuchsreihen stimmen in sich gut, haben jedoch eine Differenz der Mittelwerthe von ca. 0,5 Proc. Dieselbe rührt daher, dass die grosse Rolle B nicht quadratisch war, sondern die Länge nur ca. 14 cm betrug, während der Durchmesser 22 cm war. Das Feld näherte sich daher mehr dem eines Ringes und musste einen zu kleinen Werth für τ_0 geben (vgl. p. 331). Uebrigens ist die verhältnissmässig kleine Differenz ein neuer Beweis für den geringen Einfluss des Feldes.

Zur Feststellung von x für ein quadratisches Feld wurde daher nur die zweite Versuchsreihe benutzt, welche ausserdem die Vorzüge hat, dass 1. wegen der grösseren Dicke der Scheiben die Capillarität keinen merklichen Einfluss mehr hat und 2. aus demselben Grunde eventuelle Messungsfehler oder Abweichungen im Radius nur einen viel kleineren Fehler bei der Bestimmung von τ_n verursachen, wie bei dünneren Scheiben, was sogleich weiter unten bewiesen werden soll.

Wir erhalten demnach als Schlussformel für die absolute Messung der Leitungsfähigkeit von Metallscheiben mit Hülfe quadratischer Rollen:

$$\lambda = \frac{\tau_0 (1 + 0,94 D/R)}{2,118 \cdot R \cdot D}.$$

Die Formel stimmt für dünnere Scheiben genügend mit den theoretischen Werthen überein, und ist für dicke Scheiben bis $R = D$ durch die obigen Versuche bewiesen.

Bei den Anwendungen ist die nothwendige Längenmessung im allgemeinen die grösste Fehlerquelle. Durch Gewicht und spezifisches Gewicht erhält man nur das Volumen, eine der Dimensionen muss daher durch directe Messung festgestellt werden. Dies ist bis auf 1 Proc. sehr leicht, schwierig jedoch

bis auf unsere Fehlergrenze von 1^0_{00} , da es wegen der auch bei sorgfältigster Bearbeitung unvermeidlichen kleinen Abweichungen im Radius schwer hält, den richtigen Mittelwerth zu bekommen. Viel günstiger wäre es, λ allein aus electricischer Messung und Wägung zu erhalten.

Es gilt also einen solchen Werth von D/R zu finden, wo bei gegebenem Volumen τ_0 möglichst wenig abhängig von D/R oder, da das Volumen gegeben, von R ist. Man hat dafür die beiden Gleichungen:

$$\frac{\partial \left(\frac{R \cdot D}{1 + 0,94 D/R} \right)}{\partial R} = 0 \quad \text{und} \quad R^2 D = \text{const.}$$

Wenn man $D = C/R^2$ in die erste Gleichung einsetzt, erhält man: $R^3 = 1,88 C$. Dies in $R^2 D = C$ eingesetzt, gibt:

$$D = \frac{R}{1,88} = 0,532 R.$$

Wenn wir diesen Werth in unsere Formel für λ einführen, so wird:

$$\lambda = \frac{1,877 \cdot \tau_0}{V^{2/3}} = 1,877 \cdot \tau_0 \left(\frac{s}{G} \right)^{2/3} \text{ sec. cm}^{-2},$$

worin V das Volumen, s das specifische und G das Gewicht der Metallscheibe bedeuten.

Um den Werth $D/R = 0,532$ herum ist τ_0 in weiten Grenzen merklich unabhängig von D/R . Eine Aenderung in diesem Verhältniss von 10 Proc. ändert τ_0 nur um 0,1 Proc., sodass hier eine ganz rohe Annäherung genügt. Bei den folgenden Beispielen ist meist nicht diese Form der Scheiben angewendet, theils um die Versuchsbedingungen möglichst zu variiren, theils auch, weil die Messungen ausgeführt wurden, ehe die Vorzüge dieser speciellen Form erkannt waren.

Indem ich zuerst auf die schon oben beim Vergleich von Leitungsfähigkeiten erwähnten Scheiben aus verschiedenen Metallen zurückgreife, wurde jetzt hier λ direct gemessen, indem τ_0 aus dem beobachteten τ_n berechnet wurde und aus τ_0 , R und D , welche vorher gemessen waren, λ bestimmt wurde. Die Temperatur war während der obigen 3 Versuchsreihen (p. 326) langsam von $15,9^\circ$ auf $16,2^\circ$ gestiegen; λ_0 wurde aus λ_{16} berechnet, indem als Temperaturcoefficient 0,004 angenommen wurde. In der folgenden Tabelle sind in der letzten Columnne

die von Matthiessen gefundenen Werthe angegeben. Die vorhandenen Abweichungen rühren von Structurdifferenzen und Unreinheiten der Metalle her. Auffallend ist der hohe Werth für die Leitungsfähigkeit von Aluminium.

	R (cm)	D (mm)	W_{256}	τ_{256}	τ_0	λ_{16°	λ_{0°	M
Kupfer	2,752	2,01	23,6452	5,665 · 10 ⁻⁴ sec.	6,078	55,50	58,82	62,0
Aluminium	2,773	2,02	35,90 „	3,740	3,852	34,72	36,80	34,8
Zink	2,770	2,02	75,38 „	1,780	1,787	16,13	17,10	18,01
Zinn	2,770	2,05	142,0 „	0,946	0,9472	8,23	8,734	7,66
Blei	2,780	2,04	237,1 „	0,566	0,5664	5,046	5,351	5,15

Die folgende Tabelle giebt die Resultate von Messungen der Leitungsfähigkeit einer Anzahl von *Kupfersorten*. Die meisten derselben, bis auf Nr. 7, waren *electrolytisches Kupfer*, welches mir von der Firma Hesse & Söhne in Heddemheim freundlichst zur Verfügung gestellt wurde. Nr. 1—4 war gewalztes Kupferblech, 2, 3 und 4 waren aus ein und demselben Stück herausgeschnitten. 4 hatte einen viel kleineren Radius, wie 2 und 3 und wurde in einer anderen Rolle und mit einer anderen compensirenden Rolle *II'* untersucht. Nr. 5 und 6 waren dickere Scheiben, welche aus der gegossenen Kupfermasse herausgedreht waren. Nr. 7 war ein Stück reinen, sehr dünnen Kupferblechs, welches sich hier im Institut vorfand. Der Radius der Scheiben wurde mit dem Comparator gemessen, die Dicke durch Gewicht und specifisches Gewicht bestimmt. Letzteres ist auch unter s in der folgenden Tabelle angegeben.

Nr.	R (m)	D (mm)	s	τ_{256}	τ_0	θ	λ_θ	λ_0
1	9,06	0,0911	8,89	0,9770	0,979	20°	56,09	60,54 · 10 ⁻⁵ sec, cm ⁻²
2	6,255	0,484	8,87	3,562	3,658	19°	57,52	61,89
3	6,20	0,478	8,90	3,489	3,579	19°	57,49	61,85
4	2,95	0,521	8,91	1,834	1,846	17,5°	57,74	61,75
5	2,902	1,64	8,93	5,378	5,701	16,5°	59,62	63,43
6	2,900	1,62	8,92	5,316	5,680	16,5°	59,60	63,41
7	9,05	0,0427	8,90	0,4534	0,4535	20°	55,46	59,87

Die hohen Werthe für λ_0 sind ein Beweis für die Reinheit des Kupfers. Die Leitungsfähigkeit ist die grösste bei den Scheiben 5 und 6, die direct aus der gegossenen Kupfermasse herausgedreht waren. Es stimmt dies mit anderen Be-

obachtungen überein; so findet Matthiessen für ausgezogenes Kupfer 62,0, für geglühtes Kupfer 63,5, ähnlich andere.

Die Uebereinstimmung von 2 und 3 mit 4, wo, wie gesagt, ein ganz anderes Rollensystem benutzt wurde, ist ein Beweis für die Exactheit der Methode.

Um schliesslich noch ein Beispiel für die Formel:

$$\lambda = 1,877 \cdot \tau_0 \cdot \left(\frac{s}{G}\right)^{1/2}$$

zu bringen wurde die Leitungsfähigkeit von $\frac{1}{2}$ und 1 Proc. Zink-amalgam in der Weise festgestellt, dass so viel Quecksilber in das Holzgefäss 2 (pag. 339) gegossen wurde, dass annähernd $D/R = 0,532$ war; hierzu waren etwa 5000 gr nothwendig. Dann wurden die abgewogenen Zinkmengen in kleinen Stücken hinzugefügt. Die hierdurch entstehende Aenderung von D/R war, wie oben auseinandergesetzt, belanglos. Die specifischen Gewichte wurden durch Pyknometerwägungen bestimmt. In der folgenden Tabelle giebt die erste Columne das Gewicht des Zinks an, die zweite das des Quecksilbers, die dritte das Gesamtgewicht, die vierte das specifische Gewicht, die vorletzte das Verhältniss der Leitungsfähigkeit des Amalgams zu der von Quecksilber derselben Temperatur, die letzte die von Matthiessen¹⁾ für dieselbe Grösse gefundenen Werthe an:

G_{Zn}	G_{Hg}	$G_{Hg + Zn}$	s	W_n	λ_0	Θ	$\frac{\lambda_{Am}}{\lambda_{Hg}}$	M
0	5000,3	5000,3	13,56	141,9	1,0454 ²⁾	18,5°	1	1
25,0	5000,3	5025,3	13,52	131,6	1,1246	18,7°	1,075	1,072
50,0	4994,0	5044,0	13,49	123,6	1,1955	19,0°	1,143	1,141

Schluss. Es seien noch einmal die Principien der Methode zusammengestellt.

Ein Wechselstrom durchfliesst eine Wheatstone'sche Brückencombination, deren Zweige 1 und 2 aus Inductions-

1) Matthiessen, Pogg. Ann. 116. p. 369. 1862.

2) Hieraus berechnet sich λ_0 für Quecksilber zu 1,0628. Die genaue Uebereinstimmung dieses Werthes mit dem oben angenommenen 1,063 darf nicht auffallen, da mit letzterem Werthe bei derselben Versuchsanordnung die Zahlenconstanten gewonnen wurden, mit welchen jetzt der erste Werth berechnet wurde. Es liegt also gewissermaassen ein Zirkelschluss vor.

rollen bestehen. Die Brücke ist im Gleichgewicht ($p_1 : p_2 = w_1 : w_2 = w_3 : w_4$). Die durch Näherung eines Metallstückes hervorgerufene Störung der Inductionsrolle *I* wird dadurch compensirt, dass der Rolle *II* eine dritte Rolle *II'* genähert wird, die durch einen Rheostat geschlossen ist. Verschwindet der Strom im Brückenzeige, so ist $\tau_n = \tau_2$ der Zeitconstante der compensirenden Rolle *II'*. Da Selbstpotential und Widerstand der Rolle *II'* ein für allemal gemessen sind, erhält man $\tau_n = \tau_2$ einfach durch Ablesung des Rheostatenwiderstandes.

Theoretisch lässt sich ableiten, dass $\tau_n = \lambda (A + n^2 \lambda^2 B)$ sein muss. Durch Aenderung von n erhält man $\tau_0 = \lambda A$, also eine Grösse, die der Leitungsfähigkeit des Metallstückes proportional ist.

Hieraus ergibt sich die Möglichkeit, die Leitungsfähigkeit zweier gleicher Metallstücke zu vergleichen. Sie brauchen nicht immer genau an dieselbe Stelle der Rolle gebracht zu werden, da sich τ_n innerhalb der Rolle nicht merklich ändert.

Für Kugeln und runde Scheiben in dem annähernd homogenen Felde quadratischer Rollen lässt sich λ direct aus τ_n berechnen, d. h. absolut messen; und zwar ist bei guter Uebereinstimmung von Theorie und Experiment:

Für eine Kugel:

$$\tau_0 = \tau_n \{ 1 + 0,0635 (n \tau_n)^2 + 0,0017 (n \tau_n)^4 \}$$

$$\lambda = \frac{\tau_0}{1,194 R^2} = \frac{2,176 \tau_0}{V^{3/2}} = 2,176 \cdot \tau_0 \left(\frac{s}{G} \right)^{3/2},$$

für eine runde Scheibe:

$$\tau_0 = \tau_n \{ 1 + 0,075 (n \tau_n)^2 + 0,017 (n \tau_n)^4 \}$$

$$\lambda = \frac{\tau_0 (1 + 0,94 D/R)}{2,116 \cdot R \cdot D}.$$

Hat die runde Scheibe annähernd (bis auf 10 Proc.) die Form: $D/R=0,532$ so gilt für λ die Formel $\lambda = 1,877 \cdot \tau_0 / V^{3/2}$. Damit ist auch bei Scheiben die Längenmessung vermieden und die Bestimmung von λ allein durch Wägung und electriche Messung ermöglicht. Bei geeigneter Anordnung lässt sich λ in dieser Weise bis auf $1/100$ genau messen.

Gegenüber der gewöhnlichen Methode der Messung der Leitungsfähigkeit durch Vergleich der Widerstände von Me-

talldrähten scheint mir die neue Methode folgende *Nachteile* zu haben:

1. Die Theorie ist nicht vollständig durchführbar;

2. die erste Anordnung ist umständlich;

und folgende *Vorzüge*:

1. Man ist unabhängig von Contactfehlern und thermischen Einflüssen;

2. man misst die Leitungsfähigkeit des Metall, wie es ist, ohne zu einer Structuränderung durch Drahtziehen gezwungen zu sein;

3. man hat die Möglichkeit ohne Längenmessung λ zu bestimmen.

Besonders bei gut leitenden Metallen dürfte die Inductions-
waage überlegen sein.

Würzburg, Physik. Institut d. Univ., Februar 1893.

8. *Das Kirchhoff'sche Gesetz und die Strahlung der Gase; von E. Pringsheim.*

II. Die Strahlung von Lithium, Thallium und Kalium.

In der Untersuchung über die Strahlung des Natriums¹⁾ habe ich zunächst für glühenden Natriumdampf die Fragen zu beantworten gesucht, ob es gasförmige Lichtquellen gibt, welche den Bedingungen des Kirchhoff'schen Gesetzes entsprechen, und ob Gase überhaupt die Eigenschaft haben, durch blosse Temperaturerhöhung leuchtend zu werden. Dabei hat sich das Resultat ergeben, dass wir keine Lichtquelle kennen, bei der das Leuchten des Natriums eine blosse Function der Temperatur ist, und dass speciell in Flammen die Emission des gelben Na-Lichtes nur infolge von chemischen Reductionen auftritt. Ferner führten die Versuche mit grosser Wahrscheinlichkeit zu der Annahme, dass Na-Dampf bei den uns zu Gebote stehenden Flammentemperaturen an sich nicht leuchtend ist und nur während der chemischen Umsetzung selbst glüht.

Im Folgenden sollen analoge Versuche dargestellt werden, welche ich über das Leuchten von Li, Tl und K ausgeführt habe. Da sich beim Na keine wesentlichen Unterschiede zwischen der Wirkung verschiedener Natronsalze herausgestellt hatten, so habe ich mich bei der jetzigen Untersuchung fast ausschliesslich auf die kohlensauren Salze beschränkt.

a) Strahlung von Lithium.

1. Lithiumverbindungen im Ofen.

Die Versuchsanordnung war die schon beim Na benutzte. Im Porzellanrohr des früher beschriebenen Ofens²⁾ befand sich ein mit dem Salze angefüllter Nickellöffel, welcher durch einen ausserhalb des Rohres angebrachten Electromagneten in dem Rohre hin- und hergeschoben werden konnte.³⁾ Das Porzellan-

1) E. Pringsheim, Wied. Ann. 45. p. 428. 1892.

2) l. c. p. 430 ff.

3) l. c. p. 448 f.

rohr konnte man nach Belieben mit Luft, CO_2 oder H füllen oder auch evacuiren; das Absorptions- und Emissionsspectrum konnte abwechselnd durch ein Prisma mit gerader Durchsicht oder mit einem grossen Spectralapparat beobachtet werden.¹⁾ Die Lichtquelle für das Absorptionsspectrum war eine Glühlampe von 35 Kerzen, deren geradliniger Kohlenfaden unmittelbar als leuchtender Spalt benutzt wurde. Als Spalt für das Emissionsspectrum diente die kreisförmige Durchbohrung eines im Innern des Porzellanrohres angebrachten Chamottecylinders c_2 ²⁾, sodass eine monochromatische Lichtquelle im Innern des Rohres im Emissionsspectrum einen leuchtenden Kreis, im Absorptionsspectrum eine dunkle Linie hervorbrachte.

Wurde der Nickellöffel mit Li_2CO_3 gefüllt und in die Mitte des weissglühenden Ofenrohrs geschoben, so zeigte sich selbst bei den höchsten erreichbaren Temperaturen nicht die geringste Spur des Li-Spectrums in Absorption und Emission, wenn das Porzellanrohr Luft oder CO_2 enthielt, oder wenn es so vollständig wie möglich — bis auf wenige Millimeter Quecksilberdruck — evacuirt war. Sobald man aber H in das Rohr einliess, erschien im Absorptionsspectrum die rothe Li-Linie sehr deutlich und im Emissionsspectrum war ein hell leuchtender rother Kreis zu erblicken. Gleichzeitig war auch das Na-Spectrum sehr deutlich zu beobachten, offenbar infolge davon, dass das angewendete Lithionsalz etwas Na enthielt. Wenn das Porzellanrohr einige Zeit zu diesen Versuchen gedient hatte, so konnte man die gleichen Erscheinungen auch ohne ein Lithionsalz in dem leeren Rohre hervorrufen, da das glühende Li die Oberfläche des Porzellans angreift und ein Silicat bildet, dessen Reduction in der Glühhitze die gleichen Lichterscheinungen hervorruft, wie die Reduction von Li_2CO_3 oder eines anderen Salzes. Jedoch waren hier die Erscheinungen selbst in Röhren, in denen sehr häufig glühendes Li entwickelt worden war, sehr wenig intensiv, und es zeigte sich, dass die Einwirkung des glühenden Li auf das Porzellan viel langsamer und viel schwächer ist, als die Wirkung der übrigen untersuchten Elemente.

1) E. Pringsheim, Wied. Ann. 45. p. 432 ff. 1892.

2) l. c. p. 431. Fig. 1.

Wenn man das Li_2CO_3 nicht in einem Nickel-, sondern in einem Eisenlöffel in das glühende Porzellanrohr einführte, so erschien das Li-Spectrum nicht bloss in H, sondern auch, wenn auch weniger intensiv, in CO_2 , Luft und im Vacuum. Es ergibt sich also für Li dasselbe Resultat, welches wir für Na gefunden haben: *Die Li-Salze zeigen keine Spur von Lichtemission oder Absorption, wenn man sie im Ofen unter Ausschluss von chemischen Reducionsvorgängen auf Temperaturen erhitzt, bei denen sie in Flammen ein deutliches Spectrallicht aussenden. Sie beginnen sofort zu leuchten, sobald wir durch H, Eisen oder andere Mittel chemische Reducionsvorgänge einleiten. Daraus müssen wir schliessen, dass auch in den Flammen die Lichtemission der Li-Salze nicht, wie man früher annahm, durch Verflüchtigung und Dissociation, sondern infolge von Reducionsvorgängen eintritt.*

2. Unterbrechung der Reduction.

Um die Frage zu entscheiden, ob das durch diese chemischen Processe reducirte Li dann, wenn es reducirt ist, infolge seiner hohen Temperatur leuchtend wird, oder ob es nur infolge der chemischen Umsetzung selbst, also in statu nascendi, Licht aussendet, schlug ich denselben Weg ein wie beim Na¹⁾; ich beobachtete nämlich die Veränderung der Lichterscheinung, wenn die Reduction plötzlich unterbrochen wird.

Erhitzt man ein schon öfters zu den Versuchen mit Li benutztes Porzellanrohr in H, so erscheint bei sehr hoher Temperatur schwach aber deutlich die Absorptionslinie und der Emissionskreis des Li infolge der Reduction des die Wände des Rohrs bedeckenden Lithiumsilicats. Da die Absorption bei unserer Anordnung leichter beobachtet werden konnte, als die Emission, beide Erscheinungen aber stets vollständig parallel verlaufen, so wollen wir uns in der Darstellung im wesentlichen auf die erstere beschränken. Die unter den geschilderten Umständen beobachtete Absorptionslinie sei dargestellt durch Fig. 1a. Schiebt man jetzt den mit Li_2CO_3 gefüllten Eisenlöffel mittels des Electromagneten in die Gluth, so wird die Li-Linie allmählich breiter und dunkler bis zu einem constanten Zustande (Fig. 1b). Wenn man jetzt den

1) E. Pringsheim, l. c. p. 448 ff. 1892.

Eisenlöffel plötzlich aus der Gluth entfernt, so geht die Erscheinung momentan auf den früheren Zustand zurück, also Fig. 1b verwandelt sich ganz plötzlich in 1a. Wird jetzt alles H ausgepumpt und CO_2 eingelassen, so ist die Absorption und Emission = 0; schiebt man den Eisenlöffel wieder vor, so ist nach kurzer Zeit die Emission und Absorption des Li-Lichtes wieder zu beobachten. Die Absorptionserscheinung (Fig. 2a) ist jetzt schwächer wie 1b, aber stärker als 1a. Wird das Eisen wieder plötzlich zurückgezogen, so ist jetzt keine plötzliche Veränderung der Erscheinung zu bemerken, sondern die Absorptionslinie wird ganz allmählich schwächer. Auch erreicht sie nicht den früheren Standpunkt, nämlich 0, sondern sie bleibt bei einem constanten Minimum stehen (Fig. 2b), bei dem sie dauernd deutlich, wenn auch schwach, zu erkennen ist. Der Uebergang von 2a zu 2b dauert etwa 6 Secunden und geht in dieser Zeit nicht sprunghaft, sondern



Fig. 1a.



Fig. 1b.



Fig. 2a.



Fig. 2b.

ganz allmählich vor sich. Genau ebenso wie in CO_2 verläuft die Erscheinung im Vacuum, ganz anders dagegen in Luft. Hier verschwindet die Absorptionslinie, welche ebenso wie in CO_2 zu beobachten ist, solange das Eisen sich in der Gluth befindet, momentan, sobald das Eisen zurückgezogen wird, die Absorption, welche etwa ebenso stark war, als die in Fig. 2a dargestellte, wird ganz plötzlich gleich Null.

Der Verlauf der Erscheinungen ist also bei Li genau der gleiche wie bei Na, und auch die Erklärung ist die gleiche.¹⁾ In CO_2 und im Vacuum hört die chemische Reaction nicht auf, wenn der Eisenlöffel aus der Gluth gezogen wird, sondern das vorhandene dampfförmige Li übt seinerseits eine reducirende Wirkung auf das die Porzellanoberfläche bedeckende Lithium-silicat aus. Es tritt nach der Entfernung des Eisenlöffels mit dem Li_2CO_3 allmählich ein stationärer Zustand ein, bei dem fortdauernd ebensoviel Li aus dem Silicat reducirt, als gleich-

1) E. Pringsheim, l. c. p. 451 ff. 1892.

zeitig durch das Porzellan in Silicat verwandelt wird. In Luft würde das gleiche eintreten, wenn nicht das im Momente der Entfernung des Löffels vorhandene dampfförmige Li sofort, ehe es noch auf das Silicat reducirend wirken kann, durch den Sauerstoff der Luft oxydirt würde. Infolge dieser Oxydation hört hier die Reduction und daher das Leuchten plötzlich auf. In H wird durch die verhältnissmässig geringe Menge des vorhandenen Li die Stärke des durch H hervorgebrachten Reducationsvorganges nicht merklich geändert, da H in grossem Ueberschuss vorhanden ist. Daher tritt beim Herausziehen des Löffels eine plötzliche Verringerung des Reducationsvorganges ein, da die Menge des zu reducirenden Salzes plötzlich sehr erheblich verringert wird. Denn statt des Lithiumsilicats und des Li_2CO_3 , deren Reduction vor sich geht, solange der Löffel sich in der Gluth befindet, steht plötzlich nur noch das Silicat allein zur Verfügung; dieser plötzlichen Verringerung der Reduction entspricht die plötzliche Abnahme der Spectralerscheinung.

Aber ein Unterschied ist doch zwischen den Erscheinungen bei Na und bei Li zu bemerken, das geht aus einem Versuche vom 12. Mai 1892 hervor. Hier wurde ein ganz neues Porzellanrohr benutzt; in welchem also weder Natrium- noch Lithiumsilicate sich gebildet hatten. Infolgedessen zeigte dieses Rohr auch in der höchsten Gluth, obwohl es mit H gefüllt war, keine Spur von Spectralerscheinung, weder von Na noch von Li. Wurde in diesem Rohre, während es mit H gefüllt blieb, ein neuer, vorher noch nie benutzter Eisenlöffel mit Li_2CO_3 in die Gluth geschoben, so erschien nach kurzer Zeit deutlich das Absorptions- und Emissionsspectrum des Li. und infolge der nicht vollständigen Reinheit des benutzten Salzes auch das des Na. Die Absorptionsspectra sind für Li in Fig. 3a, für Na in Fig. 3b dargestellt. Die Li-Linie erschien stärker, als die Na-Linien, woraus bei der viel grösseren Intensität, welche das Na-Licht im allgemeinen gegenüber dem Li-Licht besitzt, zu schliessen ist, dass die Menge des leuchtenden Li die des leuchtenden Na weit überwog. Als jetzt das Eisen zurückgezogen wurde, verschwand die Li-Linie momentan, während die Na-Linien ohne merkliche Veränderung



Fig. 3a.



Fig. 3b.

bestehen blieben. Dies beweist für das Li, dass trotz der verhältnissmässig grossen Menge leuchtenden Dampfes noch so wenig Lithiumsilicat gebildet ist, dass die Reduction dieses Silicates durch den H keine Spur von Spectralerscheinung hervorruft. Für das Na dagegen folgt, dass schon fast das ganze in dem Li_2CO_3 enthaltene Na reducirt ist und dass dieses Na sich schon in beträchtlicher Menge in Silicat verwandelt hat. Das Na greift demnach das Porzellan viel schneller und stärker an, als das Li.

Bei der Besprechung der Versuche mit Na, hatte ich noch einen Einwand¹⁾ gegen die Auffassung, dass bei diesen Reductionsvorgängen das Leuchten nur eine Folge der chemischen Processe und nicht eine Function der Temperatur ist, als möglich hingestellt. Es wäre nämlich möglich anzunehmen, dass im Augenblick der Unterbrechung der Reduction alles vorhandene dampfförmige Na momentan an die Wand übergeht und zur Bildung von Natriumsilicat verwendet wird, dass also der infolge der hohen Temperatur leuchtende Natriumdampf bei der plötzlichen Unterbrechung der Reduction deshalb plötzlich aufhört zu leuchten, weil er aufhört, als metallisches Na zu bestehen. Schon damals hatte ich diese Erklärung als sehr unwahrscheinlich hingestellt wegen der Plötzlichkeit, mit der die Abnahme der Spectralerscheinung erfolgt. Und in der That zeigen die Versuche in CO_2 und im Vacuum zur Genüge, dass dieser Uebergang von Na in Silicat allmählich stattfindet, da die von diesem Uebergang abhängige Spectralerscheinung ganz allmählich abnimmt. Noch deutlicher zeigt sich die Hinfälligkeit dieses Einwandes bei Li. Hier geht die Veränderung der Spectralerscheinung bei Unterbrechung der Reduction in H genau ebenso plötzlich vor sich, wie bei Na; trotzdem zeigt der oben beschriebene Versuch, dass die Verwandlung des Li in Silicat bedeutend langsamer eintritt, als die des Na. Mithin ist die bei der Betrachtung der Leuchterscheinungen des Na noch allenfalls mögliche, wenn auch sehr unwahrscheinliche Erklärung durch die Versuche mit Li vollständig ausgeschlossen, und so bleibt für die Erklärung aller bisher bekannten Thatsachen keine andere Annahme übrig,

1) E. Pringsheim, l. c. p. 457 f.

als die, dass metallisches Li und metallisches Na in Dampfform bei den in unseren Versuchen angewandten Temperaturen nicht von selbst leuchten, sondern dass die Lichtemission und ebenso die Absorption nur in Begleitung und infolge der chemischen Reductionen eintritt.

3. Versuche von Liveing und Dewar.

Aehnliche Versuche über das Absorptionsspectrum des Li haben Liveing und Dewar¹⁾ schon früher angestellt. Sie brachten die zu untersuchenden Substanzen in ein unten geschlossenes, oben offenes Eisenrohr, welches senkrecht in einem Ofen stand und dessen Inneres fortwährend mit H gespült wurde. Sie beobachteten die Umkehrung der Spectrallinien, wobei als umkehrende Lichtquelle der weissglühende Boden des Eisenrohres diente. Dabei fanden sie keine Spectralerscheinung, wenn sie metallisches Li in das heisse Rohr brachten, ebenso wenig erhielten sie eine Spectrallinie bei Benutzung von Li + Na, LiCl + Na und LiCl + K. Dagegen sahen sie die rothe Li-Linie umgekehrt und lange Zeit fortbestehen, wenn sie ein Gemisch von K, LiCl und Na in ihr Rohr brachten. Sehr eigenthümlich ist die Erklärung²⁾, welche sie für ihre Versuche geben: „It is worthy of observation that the lithium line was only reversed in a mixture of the vapours of potassium and sodium and it seems highly probable that a very slightly volatile vapour may be diffused in an atmosphere of a more volatile metal, so as to secure a sufficient depth of vapour to produce a sensible absorption. This would be analogous to well-known actions which take place in the attempt to separate organic bodies of very different boiling points by distillation, where a substance of high boiling point is always carried over in considerable quantity with the vapour of a body boiling at a much lower temperature.“

Eine einfache Erklärung der Versuche von Liveing und Dewar liegt auf der Hand, wenn man berücksichtigt, dass es sich hier nicht um Destillations- sondern um Reduktionsvorgänge handelt. Bei diesen muss eben die Erscheinung sehr wesentlich von den chemischen Bedingungen abhängen, unter

1) Liveing u. Dewar, Proc. Roy. Soc. 27. p. 132. 1878.

2) l. c. p. 134.

denen der Versuch angestellt wird. Man könnte versucht sein, die Thatsache, dass Liveing und Dewar bei metallischem Li keine Spectrallinie gefunden haben, als directen Beweis für die von mir vertretene Anschauung zu betrachten, dass der erhitzte Metaldampf an sich nicht leuchtet. Und in der That, wenn die verschiedenen Versuche unter sonst gleichen Bedingungen angestellt sind, so geht daraus hervor, dass die Stärke des Leuchtens und damit die der Absorption keineswegs bloss von der Temperatur und Quantität des vorhandenen Metaldampfes abhängt. Da aber das Eisen vom Li angegriffen wird und dann selbst reducirend wirkt, so glaube ich, dass Liveing und Dewar auch bei metallischem Li die Umkehrung der Spectrallinie hätten erhalten müssen, wenn sie unter günstigen Bedingungen beobachtet hätten. Deshalb scheint mir dieser Versuch nicht ausschlaggebend zu sein, obwohl er die für meine Auffassung sehr günstige Thatsache bekundet, dass das reine Metall nicht so leuchtfähig ist, wie das Salz.

4. Metallisches Li im Ofen.

Obwohl es nach meinen oben beschriebenen Versuchen von vornherein unzweifelhaft war, dass auch metallisches Li in meinem Ofen die rothe Li-Linie zeigen würde, da ja das Li mit dem Porzellan ein Silicat bildet, dessen Reduction zum Leuchten Veranlassung geben muss, so habe ich doch mit Rücksicht auf das von Liveing und Dewar angegebene Resultat einen derartigen Versuch ausgeführt. Ein ganz neuer electromagnetisch beweglicher Nickellöffel wurde mit metallischem Li, etwa 0,1 g, beschickt und in ein ebenfalls ganz neues Porzellanrohr eingeführt. Dieses wurde darauf verschlossen, ausgepumpt und mit H gefüllt, worauf der Ofen angeheizt wurde. Der Nickellöffel verblieb am kalten, aus dem Ofen herausragenden Ende des Rohres, bis die höchste Gluth erreicht war. Als dies nach etwa zweistündigem Brennen eingetreten war, wurde der Löffel vorgeschoben; *die Gluth war so gross, dass das Nickel schmolz*, der ganze vordere Theil des Löffels wurde flüssig und das geschmolzene Metall lief zum grössten Theil an dem Stiel entlang nach dem kälteren Ende hin, wo es wieder starr wurde. Das Li war schon vorher verdampft und bildete einen rothglühenden Dampf, dessen

Emissionsspectrum vollständig continuirlich, ohne jedes bemerkbare Maximum war, nur ein heller gelber, der *D*-Linie entsprechender Kreis war deutlich bemerkbar, da er die Nachbarschaft an Intensität bedeutend übertraf. Von einem der rothen Li-Linie entsprechenden Emissionskreis war jedoch nichts zu sehen. Das Absorptionsspectrum zeigte gar keinen Unterschied gegen das Emissionsspectrum, da das von der Glühlampe ausgehende Licht vollständig in dem Dampf absorbiert wurde. Nach kurzer Zeit, etwa einer Minute, wurde der Dampf schnell heller und es zeigte sich ein schwaches continuirliches Emissionsspectrum, von dem sich zwei helle Emissionskreise abhoben, der eine, der *D*-Linie entsprechend, sehr intensiv, der andere, dem rothen Li-Licht angehörig, erheblich weniger lichtstark, aber sehr deutlich. Im Absorptionsspectrum sah man die Natriumlinie sehr stark und breit, die Lithiumlinie schwach und schmal. Wurde der H ausgepumpt und Luft eingelassen, so verschwand das Li-Licht vollständig, die *D*-Linie blieb, wenn auch viel schwächer, sichtbar. Wurde die Luft wieder durch H ersetzt, so erschienen die Li- und die Na-Linien in aller Stärke wieder. Während des Versuches haben sich die kalten Theile des Porzellanrohres mit erheblichen Mengen von überdestillirtem Li beschlagen.

Die Erklärung dieser Erscheinungen ist sehr einfach: der zunächst entstehende weissglühende Dampf ist der metallische Li-Dampf. Er zeigt kein Maximum der Emission im Roth, weil Metalldämpfe in der Weissgluth an sich kein Spectrallicht aussenden. Die in dem Li enthaltene geringe Menge Na bildet sofort mit dem Porzellan ein Silicat, dessen Reduction zu dem im continuirlichen Spectrum des weissglühenden Li-Dampfes sichtbaren gelben Emissionskreise Veranlassung giebt. Allmählich destillirt der Li-Dampf theilweise an die kalten Enden des Rohres über, theilweise bildet er mit dem Porzellan Lithiumsilicat und, sobald dies in genügender Menge vorhanden ist, wird dieses Silicat durch den H und durch das noch vorhandene metallische Li reducirt. Diese Reduction ist die Veranlassung zu dem Leuchten des Li, zum Erscheinen der rothen Li-Linie im Emissions- und im Absorptionsspectrum. Füllt man das Rohr mit Luft, so wird diese Reduction unterbrochen und das Leuchten hört auf, wieder eintretender H bringt die

chemische Action und die mit ihr verbundene Lichterscheinung sofort wieder in Gang. Dass das Li-Licht schon bei seinem ersten Erscheinen von dem Silicat und nicht vom glühenden Metaldampf herrührt, ist schon daraus zu ersehen, dass seine Intensität viel geringer ist, als die des gleichzeitig auftretenden Na-Lichtes. Dies kommt daher, dass die Leuchtkraft des Li-Silicats, wie wir oben gesehen haben, eine verhältnissmässig geringe ist. Im Gegensatz hierzu war bei dem entsprechenden mit Li_2CO_3 angestellten Versuche (p. 5) die Intensität der Li-Linie erheblich stärker, als die der Na-Linien. Wenn es sich um leuchtenden Metaldampf handelte, wäre dieses Verhalten absolut unverständlich. Der Verlauf dieses Versuches gibt daher eine vollkommene Bestätigung und eine wesentliche Bestärkung der aus den früheren Versuchen gezogenen Schlüsse.

b) Strahlung von Thallium.

1. Thallium im Ofen.

Metallisches Tl, in einem Porzellanschiffchen in dem mit N gefüllten Porzellanrohre des früher beschriebenen Ofens erhitzt, verdampft in der Rothgluth und bildet einen farblos durchsichtigen Dampf, dessen Emissionsspectrum vollständig continuirlich ist. Steigt die Temperatur höher, so sieht man bei der benutzten Versuchsanordnung, bei welcher als Spalt für das Emissionsspectrum die kreisförmige Oeffnung des im Porzellanrohr befindlichen Chamottecylinders diente, innerhalb des continuirlichen Spectrums einen hellen, grünen Emissionskreis, welcher der grünen Tl-Linie entspricht. Mit steigender Temperatur wächst die Intensität dieses Kreises, das continuirliche Spectrum nimmt etwas an Stärke ab, ohne jedoch — selbst bei den höchsten erreichbaren Temperaturen — jemals vollständig zu verschwinden. Da das zu diesen Versuchen benutzte Rohr schon vorher zu Experimenten über die Strahlung des Na gedient hatte und daher mit Natronsilicat überzogen war, so war ausser dem Tl-Spectrum auch noch sehr deutlich die Absorption und Emission der D-Linien zu beobachten. Wurde der Ofen ausgelöscht, so verschwand bei abnehmender Temperatur erst das Tl-Spectrum und sehr bald darauf auch die Na-Linien, wurde der Ofen jetzt wieder angezündet, so

traten zunächst die *D*-Linien und nach kurzer Zeit das *Tl*-Spectrum wieder in die Erscheinung. Dieser Versuch konnte ohne merkliche Aenderung häufig hintereinander ausgeführt werden; Temperaturmessungen mit einer Thermoanode aus Platin und Palladium zeigten, dass das Verschwinden des *Tl*-Kreises stets bei derselben Temperatur eintrat, auch wenn die Erscheinung unter fortwährendem Brennen des Ofens stundenlang angehalten hatte. Wenn man die Verschlussfenster des Ofens öffnete, sodass Luft eintreten konnte, so hörte die Erscheinung auf und trat auch nicht wieder ein, wenn man die Luft auspumpte und das Rohr wieder mit *N* füllte. Bei diesen Versuchen konnte niemals ein Umkehrung der *Tl*-Linie beobachtet werden. Wurde jedoch metallisches *Tl* in *H* statt in *N* erhitzt, so war das Emissionsspectrum intensiver und man konnte auch leicht das Absorptionsspectrum des *Tl* beobachten.¹⁾

Schon diese Versuche zeigen, dass das Leuchten des verdampften metallischen *Tl* nicht lediglich eine Folge der hohen Temperatur ist. Denn sonst würde dieses Leuchten nur kurze Zeit anhalten können, da bald das ganze vorhandene *Tl* an die kalten Enden des Porzellanrohres hinüber destilliren müsste.

2. Thalliumverbindungen im Ofen.

Auch das metallische *Tl* greift in der Glühhitze das Porzellan an und es bildet sich daher im Porzellanrohr ein Ueberzug von Thalliumsilicat, welcher ebenfalls zu Spectralerscheinungen Anlass gibt. Erhitzt man ein solches Rohr in Luft, CO_2 , *N* oder im Vacuum, so zeigt sich auch bei den höchsten Temperaturen keine Spur vom *Tl*-Spectrum. Sobald man jedoch *H* in das Rohr eintreten lässt, erscheint die grüne *Tl*-Linie deutlich im Absorptions- und im Emissionsspectrum. Pumpt man den *H* aus, so nimmt die Erscheinung an Intensität ab und verschwindet schliesslich vollständig; lässt man jetzt CO_2 , *N* oder Luft Zutreten, so bleibt die

1) Lockyer und Roberts konnten die Umkehrung der *Tl*-Linie nicht beobachten (Proc. Roy. Soc. 23. p. 344. 1875). Dagegen erhielten Living und Dewar die Umkehrung dieser Linie (Proc. Roy. Soc. 27. p. 132. 1878).

Spectralerscheinung verschwunden, um aber sofort zurückzukehren, sobald man das Rohr wieder mit H füllt.

Genau die gleichen Erscheinungen treten auf, wenn man ein Porzellanschiffchen mit Tl_2CO_3 in den Ofen bringt. Also auch die Tl-Salze zeigen bei Temperaturen, bei denen sie in Flammen ein lebhaftes Spectrallicht aussenden, im Ofen keine Spur von Lichtemission oder Absorption, solange sie sich im Vacuum oder in einer Atmosphäre eines neutralen Gases befinden, die Spectralerscheinung tritt aber sofort ein, wenn eine chemische Reduction der Salze durch den H eingeleitet wird.

Auch hier kann man diese Reduction auf andere Weise hervorbringen als durch H, wie folgende Versuche beweisen. Bringt man Tl_2CO_3 in den electromagnetisch beweglichen Eisenlöffel und schiebt den Löffel in die Gluth, während das Porzellanrohr mit CO_2 oder Luft gefüllt, oder möglichst evacuirt ist, so erscheint das Absorptions und Emissionsspectrum des Tl sehr deutlich. Dabei war ein Unterschied gegen die analoge Erscheinung bei Na_2CO_3 auffallend. Das Na-Spectrum nämlich ist viel intensiver¹⁾, wenn das Rohr mit CO_2 gefüllt ist, als wenn es Luft enthält, während bei dem Tl die Intensität der Erscheinung in beiden Fällen keine merkliche Verschiedenheit zeigte.

3. Unterbrechung der Reduction.

Auch die Versuche mit Unterbrechung der Reduction zeigen grosse Verschiedenheiten gegen die bei Na und Li beobachteten Erscheinungen. Auch hier wollen wir uns auf die Beobachtung des Absorptionsspectrums beschränken. Das mit Thalliumsilicat bedeckte Porzellanrohr zeigte, wenn es mit H gefüllt war, bei hoher Gluth das Absorptionsspectrum des Tl sehr deutlich (Fig. 4a). Wurde jetzt der mit Tl_2CO_3 gefüllte Eisenlöffel in die Gluth geschoben, so nahm die Linie an Dunkelheit und Breite zu bis zu einem dauernden Zustande (Fig. 4b). Zog man darauf das Eisen plötzlich zurück, so bildeten sich zuerst kurze Dampfwhirbel, welche als dunkle Schleier über das Gesichtsfeld fuhren, dann nahm die Erscheinung ganz

1) E. Pringsheim, l. c. p. 450.

allmählich ab bis zu einer constanten in Fig. 4c dargestellten Stärke, wobei sogleich auffiel, dass dieser Endzustand (4c) intensiver war, als der Anfangszustand (4a). Um diese Beobachtung zu controlliren, wurde jetzt der H ausgepumpt, bis die Absorption vollständig verschwunden war, und dann das Rohr wieder mit H von dem gleichen Drucke gefüllt, wie vorher. Sofort erschien auch die Tl-Linie wieder merklich in der gleichen Stärke, wie in Fig. 4a, deutlich schwächer als in Fig. 4c. Wurde das Rohr ausgepumpt und mit CO_2 gefüllt, so war keine Spectralerscheinung zu beobachten, solange sich der mit Ti_2CO_3 gefüllte Eisenlöffel am kalten Ende des Rohres befand. Wurde der Löffel in die Gluth gebracht, so trat nach kurzer Zeit die Tl-Linie auf, und zwar ungefähr in der gleichen Stärke, wie in H (Fig. 4b). Zog man den Eisen-



Fig. 4a.



Fig. 4b.



Fig. 4c.



Fig. 4d.



Fig. 4e.

löffel zurück, so zeigte sich zunächst keine merkliche Veränderung der Erscheinung, nur allmählich nahm sie etwas an Intensität ab, bis zu dem constanten Zustande (Fig. 4d), der sich jedoch sehr wenig von Fig. 4b unterschied. War das Rohr mit Luft gefüllt, so erschien die Tl-Linie, wenn der Löffel in die Gluth geschoben wurde, in der gleichen Stärke, wie in H und CO_2 (Fig. 4b); nach dem Herausziehen des Löffels ging die Erscheinung ganz allmählich in einigen Secunden auf eine sehr schwache Absorptionslinie (Fig. 4e) zurück, welche dann dauernd erhalten blieb. Im Vacuum traten genau die gleichen Erscheinungen auf wie in Luft. Demnach verhält sich das Tl bei diesen Versuchen ganz anders, als Na und Li. Die in einem mit Silicat bedeckten Rohre, bei Benutzung eines mit Carbonat gefülltem Eisenlöffels auftretenden Erscheinungen für Na und Li einer-, Tl andererseits sind in der folgenden Uebersicht zusammengestellt.

		Na und Li	Tl
<i>Anfangszustand, vor Einführung des Eisenlöffels</i>	in H	Deutliche Absorption	Deutliche Absorption
	in CO ₂	Absorption = 0	Absorption = 0
	in Luft	Absorption = 0	Absorption = 0
	im Vacuum	Absorption = 0	Absorption = 0
Während sich der Eisenlöffel in der Gluth befindet	in H	Starke Absorption	Starke Absorption
	in CO ₂	Absorption, schwächer als in H.	Starke Absorption, ebenso wie in H
	in Luft	Absorption, schwächer als in CO ₂	Starke Absorption, ebenso wie in H
	im Vacuum	Absorption, ebenso wie in CO ₂	Starke Absorption, ebenso wie in H.
Nach Herausziehen des Eisenlöffels	in H	Plötzlicher Rückgang auf den Anfangszustand	Allmählicher Rückgang auf einen erheblich schwächeren Endzustand, der aber stärker ist, als der Anfangszustand
	in CO ₂	Allmählicher Rückgang auf einen erheblich schwächeren Endzustand	Allmählicher Rückgang auf einen sehr wenig schwächeren Endzustand
	in Luft	Plötzliches Verschwinden der Erscheinung	Allmählicher Rückgang auf einen erheblich schwächeren Endzustand
	im Vacuum	Dasselbe wie in CO ₂	Dasselbe wie in Luft

4. Erklärung der Versuche mit Thallium.

Das Verhalten des Tl zeigt deutlich, dass auch hier das Leuchten lediglich als Begleiterscheinung der chemischen Reduction auftritt. Genau so, wie wir es bei Na und Li gefunden haben, leuchten auch die Verbindungen des Tl nur dann, wenn sie chemische Reduction erfahren. Denn die Erscheinungen des „Anfangszustandes“ sind nach der obigen Uebersicht genau die gleichen für Tl, wie für Na und Li, und die Erscheinungen, welche eintreten, während sich der Eisenlöffel in der Gluth befindet, sind ebenfalls qualitativ übereinstimmend und zeigen nur quantitative Unterschiede. Wenn die Reduction unterbrochen wird, so fehlt allerdings hier der plötzliche Rückgang

der Erscheinung bei H, welchen wir für Na und Li gefunden hatten und aus dem wir für diese Elemente den Schluss ziehen konnten, dass das Leuchten nicht eine blosse Function der Temperatur des metallischen Dampfes ist, sondern nur während der Reduction selbst als Folge der chemischen Umsetzung auftritt. Aus den Versuchen mit Tl können wir daher für dieses Metall den gleichen Schluss nicht unmittelbar ziehen, aber noch weniger lassen sich diese Versuche zur Unterstützung der entgegengesetzten Ansicht heranziehen. Denn wenn der Metalldampf nach seiner Reduction lediglich wegen der hohen Temperatur leuchtend wäre, so müsste die Erscheinung infolge der Destillation an die kalten Enden des Rohres dauernd an Intensität abnehmen, sobald die Reduction unterbrochen wird, während wir hier immer eine nur kurz andauernde Abnahme beobachtet haben, auf welche sehr bald ein dauernd unveränderlicher Endzustand folgt, welcher stundenlang aufrecht erhalten werden kann. Es liegt daher kein Grund zu der Annahme vor, dass die Grundbedingungen des Leuchtprocesses bei Tl andere sind, als bei Na und Li, die auffallenden Verschiedenheiten im Verhalten des Tl weisen nur darauf hin, dass die chemischen Vorgänge hier etwas anders verlaufen, als bei den beiden anderen untersuchten Metallen. Und zwar scheint aus der Gleichheit der Erscheinungen in Luft und im Vacuum hervorzugehen, dass das Tl bei diesen Temperaturen erheblich schwerer oxydirbar ist, als Na und Li, während die eigenthümliche Erscheinung, dass der Endzustand in CO_2 stärker ist als in H, darauf hinweist, dass hier die CO_2 nicht die Rolle eines neutralen Gases spielt, sondern in irgend einer Weise an dem chemischen Umsatz theilnimmt.

Die Versuche mit metallischem Tl erklären sich in der gleichen Weise, wie die mit metallischem Na. Das dampfförmige Tl bildet mit dem Porzellan ein Silicat, und es tritt in der Glühhitze ein chemischer Gleichgewichtszustand ein, bei welchem in der gleichen Zeit die gleiche Menge Tl zur Bildung des Silicats verbraucht und aus dem Silicat reducirt wird. Dieses im Momente der Reduction leuchtende Tl ist der Träger der Spectralerscheinung.

c) Strahlung des Kaliums.

1. Metallisches Kalium im Ofen.

Wenn man metallisches K in einem Porzellanschiffchen in das Innere des Ofenrohrs bringt, dieses mit H oder N füllt und dann anheizt, so verdampft das K schon bei ganz schwacher Rothgluth und bildet einen farbigen Dampf, welcher je nach seiner Dichte ganz undurchsichtig oder dunkelblaugrün erscheint. Im Spectrum zeigt sich zunächst eine vollkommene Absorption aller Farben, dann bei steigender Temperatur und zunehmender Verdünnung des Dampfes infolge der Destillation erscheint zuerst das grünblau, dann grün, dann roth, endlich violett. Schliesslich bleibt nur ein Absorptionsstreifen im Gelb übrig, das zweifellos dem im benutzten Metalle enthaltenen Na angehört. Die von Roscoe und Schuster¹⁾ beschriebenen Absorptionsbanden habe ich nicht beobachtet. Bei steigender Temperatur bleibt nur die Na-Linie bestehen. Die K-Linie habe ich bei diesen Versuchen niemals beobachten können. Dies kommt wohl daher, dass das K schon bei Temperaturen verdampft, bei denen es das Porzellanrohr noch nicht angreift, und daher vollständig an die Enden des Rohres hinüberdestillirt, ohne ein Silicat zu bilden.

2. Kaliumverbindungen im Ofen.

K_2CO_3 , in einem Porzellanschiffchen im Ofen erhitzt, zeigt das gleiche Verhalten wie die Salze des Na, Tl und Li. In H erscheint bei sehr hohen Temperaturen im Emissionsspectrum der helle rothe Kreis, welcher der Linie K_α entspricht; die Absorption konnte ich nicht beobachten, weil das Licht der Glühlampe in diesem äussersten Theile des roth zu wenig intensiv ist, um die K-Linie umzukehren. Ebenso zeigt ein leeres, schon einmal zu diesen Versuchen benutztes und daher mit Kaliumsilicat bedecktes Porzellanrohr in H den rothen Emissionskreis des K. In Luft und CO_2 , ebenso im Vacuum tritt die K-Linie nicht auf, wenn man keine Reductionsmittel anwendet. Bringt man jedoch das K_2CO_3 in einem Eisenlöffel in die Gluth, so zeigt sich der rothe Emissionskreis auch in CO_2 , Luft und im Vacuum. *Somit ist auch für K erwiesen,*

1) Roscoe u. Schuster, Proc. Roy. Soc. **22**, p. 362. 1874.

dass das spectrale Leuchten in dem Ofen und ebenso in den Flammen nur als Folge von Reductionsvorgängen auftritt.

Auch über die Unterbrechung der Reduction habe ich einige Versuche angestellt, welche zeigen, dass sich das K sehr ähnlich verhält wie das Tl. Solange sich das Eisen mit dem K_2CO_3 in der Gluth befindet, ist die Erscheinung gleich stark in H und in CO_2 . Zieht man das Eisen aus der Gluth heraus, so geht die Emission in beiden Fällen sehr allmählich zurück, ebenso wie bei Tl. Da jedoch die Stärke der Emission viel schwerer zu beurtheilen ist, als die der Absorption, welche sich durch die Breite der Linien leicht erkennen lässt, so sind die Einzelheiten der Erscheinung hier weniger sicher. Jedenfalls spricht auch hier keine einzige Beobachtung dafür, dass die Lichtemission des K den Bedingungen des Kirchhoff'schen Gesetzes genügt.

Schluss.

Aus den bisherigen Untersuchungen geht hervor, dass die alte Anschauung über das Leuchten der Metallsalze in Flammen nicht zutrifft. *Die Bedingung dieses Leuchtens besteht nicht darin, dass die Flammentemperatur hoch genug ist, um die Salze zu verdampfen und zu dissociären, sondern darin, dass die Flamme Stoffe enthält, welche das Metall aus den Salzen reduciren.* Dabei spielt die Temperatur nur eine secundäre Rolle, indem die Stärke der Reductionsvorgänge von ihr abhängig ist. Dies ist bewiesen für Na, Li, Tl und K und ist wohl für die Salze der anderen in der Flamme leuchtenden Elemente unmittelbar aus der Analogie zu schliessen. Ebenso scheinen auch die Spectra von Verbindungen in Flammen nur dann aufzutreten, wenn sich die Verbindung in der Flamme selbst bildet, also nur während des chemischen Umsatzes selbst.

Ferner hat sich für Na und Li mit Sicherheit gezeigt, dass bis zu den der Untersuchung zugänglichen Temperaturen (Nickelschmelze) diese Elemente nur infolge der chemischen Reduction, nicht infolge der Temperatur selbst leuchten. Für Tl und K liess sich der gleiche Beweis nicht erbringen, jedoch ist kein Versuch bekannt, der das Gegentheil bekundet, und daher ist aus der Analogie zu schliessen, dass auch diese Elemente und ebenso alle anderen, welche in Flammen leuchten, an sich bei der Temperatur der Flamme kein spectrales Licht

aussenden. Demnach entstammt die Energie der spectralen Strahlung gasförmiger Elemente in Flammen nicht der Wärmebewegung, sondern sie entsteht direct aus der chemischen Energie.

Betrachten wir alle bekannten Vorgänge, durch welche wir Gase zu spectrumalem Leuchten bringen können, so finden wir keinen einzigen, bei dem das Leuchten durch blosse Temperaturerhöhung ohne Mitwirkung chemischer oder electrischer Processe hervorgebracht wird. Es ist daher kein experimenteller Grund für die Annahme vorhanden, dass Gase überhaupt durch blosse Temperatursteigerung zum Leuchten gebracht werden können. Die Analogie mit den festen und flüssigen Körpern, bei denen die Lichtemission anscheinend lediglich durch die Temperatur bedingt wird, kann nichts beweisen, weil schon der vollständige Gegensatz zwischen dem Charakter der Gasspectra und dem continuirlichen Spectrum der festen Körper und Flüssigkeiten auf einen grundsätzlichen Unterschied in dem Mechanismus des Leuchtens hinweist. Ebenso wenig lässt sich ein theoretischer Grund für jene Annahme anführen. Denn aus den Schwingungen der Atome, die wir in der kinetischen Theorie der Wärme annehmen, kann das Leuchten der Gase nicht erklärt werden. Schon die eine Thatsache, dass einatomige Gase, z. B. Quecksilber, ein so complicirtes Spectrum aufweisen, zeigt, dass der Zustand der Atome, von denen die thermischen und chemischen Eigenschaften der Gase abhängen, für die Lichtemission nicht maassgebend sein kann.

Demnach hat sich die alte Anschauung, welche das Leuchten der Gase bei allen verschiedenen Arten der Erregung auf eine einzige Ursache, die Temperaturerhöhung zurückführt und welche alle Methoden, durch welche Gase zum Leuchten gebracht werden können, lediglich als Mittel zur Hervorbringung der Leuchttemperatur betrachtet, als unhaltbar erwiesen, ja es ist mindestens sehr zweifelhaft geworden, ob eine Temperaturerhöhung allein überhaupt die Lichtemission von Gasen veranlassen kann. Worin aber in der That der Mechanismus des Leuchtens besteht, ob er bei den verschiedenen Arten der Erregung im Grunde der gleiche ist oder ob etwa das Leuchten durch electrische Einwirkungen in wesentlich

anderer Weise zu Stande kommt, als das durch chemische und andere Processe hervorgerufene, das sind Fragen, welche bei dem jetzigen Stand der Dinge nur mit ungenügend begründeten Hypothesen beantwortet werden können. Am Schlusse des ersten Theils¹⁾ dieser Untersuchung habe ich darauf hingewiesen, dass es auch in der Astrophysik nicht erlaubt erscheint, bei den Schlüssen aus dem Charakter der Sternspectra auf die Beschaffenheit der Gestirne selbst das Kirchhoff'sche Gesetz zu Grunde zu legen. Die gleiche Ansicht hat schon Herr Ebert²⁾ in einer mir damals entgangenen Besprechung über J. Scheiner, Die Spectralanalyse der Gestirne, ausgesprochen.

Berlin, Phys. Inst. d. Univ. April 1893.

1) Pringsheim, Wied. Ann. **45**. p. 459. 1892.

2) Ebert, Vierteljahrsschr. d. astronom. Gesellschaft. **27**. p. 28. 1891.

9. Ueber die Eigenschaften dünner Oelschichten auf einer Wasseroberfläche; von A. Oberbeck.

1.

Bei den neuesten Untersuchungen über diesen Gegenstand von den Hrn. Sohncke,¹⁾ Röntgen²⁾ und von Lord Rayleigh³⁾ handelte es sich um die Vertheilung *sehr kleiner Oelmengen über Wasserflächen mässiger Grösse*, wie dieselben durch die Verhältnisse des Experimentes im Laboratorium bedingt sind, und um die Messung der Dicke der Oelschicht, wenn dieselbe bestimmte Eigenschaften zeigt. Hierdurch kam ich auf den Gedanken, ähnliche Versuche in grösserem Maassstabe, d. h. mit *bedeutenderen Oelmengen auf einer sehr grossen Wasserfläche* — auf der See — anzustellen.

Mit Rücksicht auf die praktische Wichtigkeit der Dämpfung der Wellen durch Oel hat man sich allerdings schon vielfach mit diesem Gegenstande beschäftigt. So enthält eine Abhandlung von A. van Beck⁴⁾ eine interessante Zusammenstellung der älteren Literatur (unter anderem auch die Bemerkung, dass im Mittelalter die beruhigende Wirkung dem „geweihten“ Oel zugeschrieben wurde). Ferner citirt G. Quincke⁵⁾ eine grössere Anzahl von Arbeiten hierüber und beschreibt selbst⁶⁾ eine Reihe bemerkenswerther Vorgänge bei der Ausbreitung von Oel auf dem „Neuen See“ bei Berlin, die sich allerdings bei der Ausbreitung an anderen Oberflächen nicht wiederfanden.

Mir kam es darauf an, festzustellen, wie sich die Oelmenge einige Zeit nach ihrer Berührung mit der Wasserfläche verhält, ob sich dieselbe immer weiter und weiter ausbreitet und sich

1) Sohncke, Wied. Ann. **40**. p. 345—355. 1890.

2) Röntgen, Wied. Ann. **41**. p. 321—329. 1890.

3) Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. **47**. p. 364—367. 1890; **48**. p. 128—140. 1890.

4) A. van Beck, Annales de chim. et de phys. (3) **4**. p. 257 bis 289. 1842.

5) G. Quincke, Pogg. Ann. **139**. p. 74. 1870.

6) G. Quincke, Wied. Ann. **35**. p. 598. 1888.

dadurch verhältnissmässig schnell der Beobachtung entzieht, oder ob sich eine begrenzte Fläche ergibt, welche sich einige Zeit erhält, sodass man aus ihrer Grösse die Dicke der Oelschicht berechnen kann.

Bei den in dem folgenden Abschnitte beschriebenen Versuchen trat der zweite Fall ein. Die Dicke der Oelschicht war kleiner als diejenige Grenzdicke, bis zu welcher, nach Sohncke, eine Oelmenge sich ausbreiten kann, bevor sie in kleine Tröpfchen zerfällt. Sie war aber grösser als diejenigen Dicken, für welche Röntgen und Rayleigh eine Reihe von Wirkungen der Oberflächenschicht nachweisen konnten. Hierdurch wurde ich veranlasst, weitere Versuche über das ganze, mit Rücksicht auf die Wirkungssphäre der Molecularkräfte, so interessante Ausbreitungsphänomen anzustellen. Insbesondere legte ich mir die Frage vor, ob sich eine Anzahl chemisch ähnlicher Substanzen als dünne Oberflächenschichten ähnlich verhalten oder ob dabei grössere individuelle Unterschiede hervortreten.

Es zeigte sich, dass dieselben mit zunehmender Oelmenge für eine bestimmte Wasseroberfläche eine Reihe charakteristischer Zustände durchlaufen, dass hierzu bei Benutzung *fetter Oele* im ganzen dieselben Mengen erforderlich sind, dass dagegen für eine Reihe anderer Flüssigkeiten, welche sich ebenfalls auf Wasser ausbreiten, zur Herstellung derselben Oberflächenbeschaffenheit Mengen von ganz anderer Grössenordnung nöthig sind.

2.

Man wird wohl annehmen dürfen, dass die Oberfläche der See in einiger Entfernung vom Ufer als reine Wasserfläche anzusehen ist. Schiffe, welche dieselbe durchschneiden, bringen allerdings meist kleine Mengen von Fett auf dieselbe, sodass man ihre Spuren verhältnissmässig lange unterscheiden kann. Schliesslich ist aber doch die Wassermenge im Vergleich zu diesen Verunreinigungen so bedeutend, dass dieselben nach einiger Zeit verschwinden.

Für die Wahrnehmung der Oelschicht rechnete ich auf den Unterschied der Reflexion an der Wasserfläche, je nachdem dieselbe glatt oder mit mehr oder weniger kräftigen Wellen bedeckt ist.

Die Versuche wurden in einfachster Weise ausgeführt. In einem Segelboot fuhr ich von dem Hafenort in der Nähe unserer Universitätsstadt etwa zwei Kilometer in die See hinaus, versehen mit einer Reihe von Flaschen von bekanntem Inhalt (0,1 l, 0,2 l und 0,5 l) und gefüllt theils mit Rüböl, theils mit Maschinenöl. Während das Schiff in gleichmässiger, geradliniger Fahrt erhalten wurde, liess ich, am Steuer sitzend, den Inhalt einer Flasche in möglichst dünnem, continuirlichen Strahl ausfliessen.

Das Oel breitete sich schnell aus und zeigte das durch die beistehende (Fig. 1) dargestellte Bild. In der Mitte (*a*) war eine hellgraue Schicht. An diese schlossen sich die prachtvollen farbigen Schichten (*b*) auf beiden Seiten an, welche durch zwei schmalere hellgraue Streifen (*c*) begrenzt sind. Die Schichten breiteten sich fortdauernd weiter aus.

Nach Erschöpfung des Flascheninhaltes wurde der Versuch

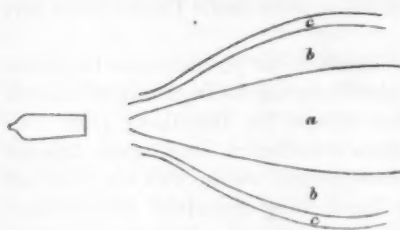


Fig. 1.

in einiger Entfernung wiederholt. Schliesslich, nach Verlauf von einer halben bis einer ganzen Stunde, wurde jede einzelne mit Oel bedeckte Stelle, deren Lage aus Merkmalen am Ufer wiedererkannt werden konnte, von neuem auf-

gesucht. Die Farbenerscheinungen waren verschwunden. Die Oelschichten aber waren deutlich in Form hellgrauer, rechteckiger Streifen zu erkennen. Da infolge eines leichten Windes die Wasseroberfläche mit kleinen Kräuselwellen bedeckt war, diese aber vollständig durch die Oelschicht gedämpft wurden, so reflectirte dieselbe das Himmelslicht besser, als die bewegte Wasseroberfläche, hob sich also hell auf dunklem Grunde ab. Das Boot segelte zunächst an dem Streifen in seiner Längsrichtung entlang und wurde dann im Bogen um das eine Ende herumgeführt. Aus der Zeit, die zu dem Vorüberfahren nöthig war, noch mehr aus dem Anblick, konnten die Dimensionen desselben geschätzt werden. Bei der ersten Fahrt überlies ich diese Schätzung dem hierin wohlbewanderten Lootsen, welcher das Boot führte, indem ich

mir die Angaben desselben und die dabei verbrauchten Oelmengen notirte.

So wurde geschätzt: bei 0,5 l Oel: Länge 300 m, Breite 30 m; bei 0,2 l: Länge 130 m, Breite 30 m.

Für 1 l würde man nach der ersten Angabe erhalten: 18 000 qm, nach der zweiten: 19 500 qm.

Bei einer zweiten Expedition wurden etwas genauere Messungen angestellt.

Vom Ufer aus ist auf eine ziemlich weite Strecke das tiefere Fahrwasser durch Tonnen in üblicher Weise bezeichnet. Zunächst wurde die Breite desselben mit einer Leine abgemessen. Mit Benutzung dieser Standlinie konnte mit einiger Sicherheit die Entfernung einiger aufeinanderfolgender Tonnen geschätzt werden. Dieselbe ergab sich zu 220 m. Hierauf wurde der Oelungsversuch auf einer, dieser Strecke nahen, parallelen Linie ausgeführt. Der Wind war diesmal erheblich schwächer, die Fahrt langsamer, aber auch die Störung durch Wellen geringer. Es wurde im ganzen 0,7 l verbraucht. Als nach einiger Zeit die betreffende Stelle wieder besichtigt wurde, fand sich, dass der graue Streifen in Richtung seiner Schmalseite durch den Wind etwas weiter getrieben worden war, sodass er das Fahrwasser vollständig bedeckte und noch ungefähr um die halbe Breite darüber hinausragte. Da dieselbe 40 m betrug, so ist für diejenige der Oelschicht 60 m anzunehmen. Der Versuch wurde nach einiger Zeit wiederholt und führte zu demselben Resultat. Hiernach beträgt die von 1 l Oel bedeckte Fläche 18 857 qm. Die Dicke der Oelschicht ergibt sich zu 53μ (milliontel Millimeter).

Eine weitergehende theoretische Bedeutung möchte ich dieser Zahl nicht beilegen. Zunächst beruht dieselbe auf Distanzschätzungen von mässiger Genauigkeit. Ferner wird anzunehmen sein, dass durch die Bewegung des Wassers mit der Zeit eine Mischung und vielleicht eine Lösung oder, wie Quincke annimmt, eine langsame Veränderung des Oeles vor sich geht. Endlich ist wahrscheinlich, dass die Oelmenge auch in unsichtbarer resp. unwirksamer, noch dünnerer Schicht sich ausserhalb der sichtbaren Fläche ausgebreitet hatte. Alle diese Umstände würden dazu beitragen, die Dicke der fraglichen Schicht noch zu verringern. Hiernach wird man das immerhin

bemerkenswerthe Resultat dahin aussprechen können, dass eine Oelschicht von rund $50\ \mu$ genügt, um eine Wasserfläche gegen die kleinen Wellen eines mässigen Windes zu schützen und dass diese Schicht auch nach einiger Zeit (über eine halbe Stunde) sichtbar und wirksam war. Einen Rückschluss auf den Radius der Wirkungssphäre glaubte ich aus dieser Zahl nicht ziehen zu sollen. Hierzu schien es mir nöthig, das Ausbreitungsphänomen noch weiter in allen Einzelstadien zu untersuchen. Die Erklärung dieser Erscheinung, sowie eine Beschreibung derselben ist schon früher von Quincke¹⁾, Marangoni²⁾ und anderen gegeben. Da meine Versuchsanordnung indess anschaulich alle Phasen derselben darzustellen geeignet ist, so erlaube ich mir zunächst über die hierauf bezüglichen Versuche zu berichten.

3.

Ein rechteckiger Kasten mit Glaswänden (eine Wellenrinne) von 2 m Länge, 10 cm Breite und Höhe ist so aufgestellt, dass das eine Ende (*A*) etwas höher steht, als das andere (*B*). In *A* ist am Boden eine Oeffnung mit Hahn. An demselben ist ein zur Wasserleitung führender Schlauch befestigt, so dass die Rinne von unten her gefüllt werden kann. Es wird Wasser zugelassen, bis der Abfluss über die Schmalseite in *B* beginnt und dieser noch einige Zeit in Gang erhalten, sodass dort nur das an der Oberfläche befindliche Wasser abläuft. Da die etwa an den Wänden haftenden kleinen Fettmengen sich über die Oberfläche ausbreiten, so werden dieselben nach einiger Zeit ohne allzu grossen Wasserverlust mitgenommen. Der Wasserleitungshahn wird schliesslich langsam zuge dreht, sodass die freie Oberfläche den Rand in *B* mit einem capillaren Meniskus überragt.

Um die Wirkung des Oeles beobachten zu können, werden kleine Mengen Schwefelblumen auf das Wasser gestreut. Wird in die Nähe von *A* ein Tropfen Oel gebracht, so breitet sich derselbe im ersten Augenblick kreisförmig aus. Sehr schnell indess setzen demselben die drei nahen Seitenwände ein Hinderniss entgegen und die Ausbreitung erfolgt nur noch in der

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 139. p. 1—89. 1870.

2) Marangoni, Pogg. Ann. 143. p. 337—351. 1871.

Längsrichtung. Man kann deutlich verfolgen, wie immer weitere und weitere Schichten der Oberfläche in Bewegung gesetzt werden, lange bevor dort eine Spur von Oel sichtbar wird. Nach kurzer Zeit erreicht die einsetzende Strömung das Ende *B*. Der Abfluss beginnt wieder und hält einige Zeit an. Auf diese Weise wird ein Theil der zugeführten Oelmenge wieder entfernt. Bei Zusatz eines zweiten, dritten und vierten Tropfens kam jedesmal der Abfluss wieder in Gang, wenn auch immer schwächer.

Nach Reinigung der Rinne, die allerdings ziemlich lange Zeit erforderte, wurde wiederum in *A* ein Oeltropfen aufgelegt. Während derselbe sich noch kreisförmig ausbreitete, hatte die Strömung schon wieder das andere Ende erreicht und in kurzer Zeit die Oberfläche reingefegt.

Dies kann nur durch eine sehr dünne, unsichtbare aber

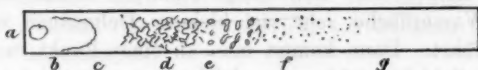


Fig. 2.

mit starker Reibung auf die darunter liegende Wassermenge wirkende Oelschicht erklärt werden, welche den sichtbaren Mengen schnell und weit vorausseilt.

Als eine Oelmenge von etwa 1 mg auf das Wasser in *A* gebracht worden war, hatte sich nach einiger Zeit der durch die beistehende Figur dargestellte Zustand ausgebildet. In derselben ist in *a* der ursprüngliche, langsam an Menge abnehmende Tropfen. In *b* zeigt die Oelschicht die glänzenden Farben dünner Blättchen, in *c* ist die Oberfläche ziemlich gleichmäßig hellgrau gefärbt. Diese homogene Schicht löst sich bei *d* in ein Netzwerk *sichtbarer* Fäden auf, während jedenfalls die Zwischenräume durch dünne, *unsichtbare* Schichten ausgefüllt sind. In *e* zerfallen die Zweige des Netzes in eigenenthümliche, in fortdauernder Veränderung befindliche Figuren, die schliesslich zu kleinen Tropfen sich umgestalten. Letztere haben in *f* nur noch Durchmesser von ausserordentlich kleinem Radius, sodass sie nur bei günstiger Beleuchtung als kleine Sternchen erkennbar sind. In *g* ist das dort sicher vorhandene Oel ganz unsichtbar. Diese Vertheilung dauert nur kurze Zeit.

Sobald die Strömung in *B* aufhört, verbreiten sich grössere Oelmengen auch in die entfernteren Theile der Rinne.

Die Schicht *c* entspricht wohl, soweit bei der veränderten Versuchsanordnung ein Vergleich zulässig ist, den von Sohnccke eingehend untersuchten Oelscheiben, für welche derselbe im Augenblick des Zerfalls die Dicken $121,5\ \mu$ (für Olivenöl) und $93,6\ \mu$ (für Rüböl) gefunden hat. Ist dieser Grenzwert erreicht, so kann eine Oelschicht von einer geringeren, gleichmässigen Dicke die Wasserfläche nicht mehr bedecken. Es scheint dann eine Art von Gleichgewicht zwischen dickeren und dünneren Schichten einzutreten.

Ist die dem Oel dargebotene Fläche hinreichend gross, so bildet sich wieder eine Schicht von gleichmässiger Dicke, die allerdings unsichtbar, aber an ihren Wirkungen noch sehr wohl zu erkennen ist. Man kann diese Erscheinungen auch in umgekehrter Reihenfolge studiren, indem man einer reinen Wasserfläche sehr viel kleinere Oelmengen nach und nach zuführt. Dann kommt man an einen Punkt, wo die unsichtbare Schicht nicht mehr gleichmässig möglich ist, dies ist daran zu erkennen, dass sich jetzt Anhäufungen von sehr geringer Menge: die oben erwähnten Sternchen bilden. Das Auftreten derselben bei zunehmender Dicke scheint mir ein ebenso charakteristisches Stadium, wie der Zerfall der dickeren Schicht. Um weitere Anhaltspunkte für eine quantitative Bestimmung der hierzu erforderlichen Dicke der Oelschicht zu finden, schien es mir zunächst erforderlich, ausführlicher das Verhalten der dünnsten Schichten zu untersuchen.

4.

Da diese Beobachtungen sich über eine grössere Anzahl von Flüssigkeiten, welche sich in dünner Schicht auf Wasser ausbreiten, erstrecken sollten, so kam es mir darauf an, eine leicht zu handhabende Methode zu benutzen, welche aber gleichzeitig eine quantitative Schätzung der Wirkung der Oberflächenschicht gestattet.

Ich benutzte zu diesem Zweck — im Anschluss an Versuche von Lord Rayleigh¹⁾ — die Wirkung eines Luft-

1) Lord Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. 48. p. 182. 1890.

stromes auf eine Wasserfläche. Wird derselbe schräg — etwa unter einem Winkel von 30° gegen die Oberfläche des in einem kreisförmigem Gefäss befindlichen Wassers gerichtet, so erregt er zunächst eine leichte Wellenbewegung. Ferner erzeugt er Strömungen, welche durch kleine Mengen aufgestreuten Pulvers sichtbar gemacht werden können. Endlich hat er die Eigenschaft, ganz dünne Fettschichten von einem Theil der Oberfläche zu vertreiben und an denjenigen Orten zu condensiren, wo die Strömung schwächer ist. Solange, als der Luftstrom dauert, wird demnach an bestimmten Orten der Wasserfläche Gleichgewicht zwischen der Reibungswirkung desselben und der Tendenz der Fettschicht, sich auszubreiten, bestehen. In dieser Beziehung ist die Wirkung des Luftstromes eine ähnliche, wie diejenige von Aetherdampf, welche Röntgen¹⁾ näher untersucht hat. Auch dort findet — in einer Kreislinie — Gleichgewicht statt zwischen dem Einfluss des Aetherdampfstromes und der entgegengerichteten Wirkung der fremden Oberflächenschicht.

Die Herstellung einer reinen Wasseroberfläche geschah nach dem ebenso einfachen, als zweckmässigen Vorschlag von Röntgen²⁾. Ein Trichter, dessen oberer Rand einen Durchmesser von 20 cm hatte, wird unten mit der Wasserleitung in Verbindung gesetzt. Bei Oeffnung der Leitung fliesst das Wasser über den oberen Rand ab. Der Trichter wird von einem eisernen Statif gehalten. Das Wasser fliesst in ein grosses darunter stehendes Blechgefäss. Die Wasserfläche war stets nach kurzer, kräftiger Strömung völlig rein.

Als Pulver wurden Schwefelblumen benutzt. Da dieselben, obgleich specifisch schwerer, auf dem Wasser schwimmen, so muss man wohl annehmen, dass sie mit einer geringen Fettschicht bedeckt sind. Dieselbe haftet aber ziemlich fest an den einzelnen Theilchen. Jedenfalls ist die etwa auf das Wasser übergehende Quantität klein im Vergleich zu den geringsten Fettmengen, mit denen ich experimentirte. Die Benutzung einer grösseren oder kleineren Menge änderte nicht wesentlich die Versuchsergebnisse. Richtet man auf die reine,

1) Röntgen, Wied. Ann. **41**. p. 321—329. 1890.

2) Röntgen, Wied. Ann. **46**. p. 152. 1892.

nur mit wenig Pulver bedeckte Wasserfläche einen Luftstrom, der unter einem Einfallswinkel von etwa 60° einen Punkt in der Nähe des Randes trifft, so wird das Pulver an die entgegengesetzte Stelle des Randes getrieben und sammelt sich dort in einer schmalen Schicht. Dabei sind die einzelnen Theilchen in lebhafter Wirbelbewegung innerhalb des kleinen Raumes, den sie einnehmen. Nach Aufhören des Stromes breiten sie sich von hier aus langsam wieder über die Wasserfläche aus.

Berührt man dann die Wasserfläche mit der Spitze eines feinen, in Oel getauchten Platindrahtes, so wird das Pulver schnell an den Rand des Gefässes getrieben, vertheilt sich dann aber wieder langsam über die ganze Fläche. Durch einen neuen Luftstrom wird dasselbe wieder an dem entgegengesetzten Rande angesammelt. Doch ist der von demselben eingenommene Raum jetzt grösser geworden. Die einzelnen Theilchen rotiren nicht mehr um ihre Axe, sondern beschreiben Bahnen von geringer Ausdehnung. Bei weiterer Oelzufuhr wird der durch den Luftstrom gesäuberte Raum immer kleiner, bis schliesslich die Fettschicht überall dem Luftstrome Widerstand leistet. Dabei sind die Bewegungen des Pulvers charakteristisch für die verschiedenen Stadien der Oelzufuhr. Die Theilchen beschreiben stets geschlossene Bahnen, deren Umfang immer grösser und grösser wird.

Hiernach kann man aus der Grösse der gesäuberten Wasserfläche und aus der Bewegung des Pulvers ausserhalb derselben einen Schluss auf die Gegenwirkung der Fettschicht ziehen. Da es mir hauptsächlich darum zu thun war, den Endzustand zu ermitteln, bei welchem eine weitere Oelzufuhr keine merkliche Veränderung hervorbrachte, so habe ich keine Messungen der beiden Theile der Oberfläche vorgenommen, sondern nur zwischen einer Reihe aufeinanderfolgender Oberflächenbilder unterschieden, welche in den Fig. 3 (*a, b, c, d, e*) dargestellt sind. Von denselben stellt *a* die Wirkung des Luftstromes auf die reine Fläche, *e* den Endzustand dar.

Es liess sich annehmen, dass Neigung und Stärke des Luftstromes von Einfluss auf die beschriebenen Erscheinungen sein würden. Deshalb wurden hierüber Vorversuche angestellt. Der Luftstrom wurde durch ein Gebläse geliefert, welches zu

akustischen Versuchen diente. Der Strom ging durch einen längeren Kautschukschlauch und eine Glasröhre von 6 mm Durchmesser. Das Ende derselben befand sich 2 cm über der Wasserfläche. War die Neigung gegen letztere sehr gering, so war die Wirkung merklich schwächer. Bei grösserer Neigung aber, von etwa 20° an, war kein erheblicher Unterschied mehr zu erkennen. Die Versuche konnten sogar mit einem senkrechten Strome ausgeführt werden. Dann waren selbstverständlich die Bewegungen und die einander folgenden Bilder andere, da jetzt das Pulver radial nach den Rändern zu getrieben wurde. Der Grenzzustand aber, bei welchem die Fettschicht der

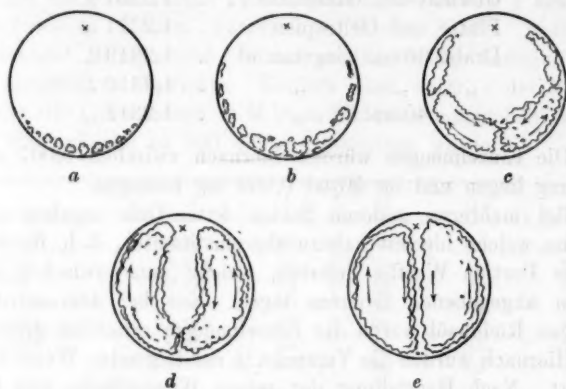


Fig. 3.

Wirkung des Stromes widerstand, wurde durch dieselbe Oelmenge erreicht. Eine mässige Vergrösserung des Druckes durch Bleigewichte brachte ebenfalls bei einer Neigung von etwa 30° keine Veränderung der Resultate hervor.

Die Messung der kleinen, an die Wasserfläche abzugebenden Oelmengen bereitet bei derartigen Versuchen die Hauptschwierigkeit. Ich verfuhr in der folgenden Weise. Auf eine kleine Glasplatte wurde ein Tropfen des zu untersuchenden Oeles von einigen Milligramm gebracht, welcher einen Durchmesser von 3—4 mm hatte. In denselben wird die Spitze eines Platindrahtes von 0,07 mm Durchmesser getaucht und damit eine kleine Oelmenge abgehoben. Für die Wägung derselben an meiner zehntel Milligramm zeigenden Waage war

dieselbe zu klein. Wird aber diese Operation häufig wiederholt, so verringert sich der Oeltropfen um wägbare Mengen. Dementsprechend wurde der Platindraht, nachdem derselbe die kleine Oelmenge angenommen hatte, in die Flamme eines Bunsen'schen Brenners gehalten. Ein momentanes Aufblitzen zeigt die Verbrennung derselben. Dann wird eine neue Portion abgehoben etc. Die bei mehrmaliger Wiederholung dieser Versuche für die Menge der Einzelportion erhaltenen Werthe stimmten einigermassen überein.

So ergab sich z. B. für Mohnöl folgendes Resultat:

Gewicht der Glasplatte . .	1,2251 g
Platte und Oeltropfen . .	1,2321 „
Draht 30mal eingetaucht . .	1,2319 „
„ „ „ . .	1,2316 „
„ 40mal „ . .	1,2312 „

Die Einzelmengen würden hiernach zwischen 0,007 und 0,01 mg liegen und im Mittel 0,009 mg betragen.

Bei mehreren anderen Sorten fetter Oele ergaben sich Werthe, welche hiermit nahezu übereinstimmten, d. h. für eine einzige Portion Werthe lieferten, welche auch zwischen den soeben angegebenen Grenzen lagen. Nur bei dem schwerflüssigen Ricinusöl waren die Einzelmengen erheblich grösser.

Hiernach wurden die Versuche in der folgenden Weise ausgeführt. Nach Herstellung der reinen Wasserfläche und Bestreuung derselben mit einer geringen Menge Schwefelblumen wird zunächst der Zustand der Oberfläche durch die Einwirkung des Luftstromes geprüft. Es musste die Anordnung der Fig. 3a entstehen.

Dann wird die erste kleine Oelmenge an die Wasserfläche abgegeben und durch den Luftstrom dieselbe untersucht; hierauf erfolgt die Zufuhr einer zweiten Portion etc., bis der Endzustand *e* erreicht ist. Das Flächenbild wird jedesmal notirt. Ist, wie in dem folgenden Beispiel, zweimal dieselbe Bezeichnung vorhanden, so ist damit nicht ausgedrückt, dass das Strömungsbild unverändert geblieben ist, sondern nur, dass dasselbe dem vorhergehenden Bilde noch näher steht, als dem folgenden.

Die folgende Zusammenstellung bezieht sich auf Olivenöl.

Die Nummern bedeuten die Oelmengen, die Buchstaben die Stromfiguren.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>

Da sich ausserdem ergeben hatte, dass eine Portion $\frac{1}{100}$ mg war, so wurde der Endzustand durch 0,06 mg erreicht. Doch war schon 0,01 mg von merklichem Einfluss. In dieser Weise wurden mehrere fette Oele untersucht. Der Gang der Versuche war in allen Fällen derselbe. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, in welcher die Grenzwerte zur Erreichung des Bildes *e* aus drei verschiedenen Reihen herrühren. Diese Zahlen bedeuten tausendstel Milligramme. In der zweiten Spalte befinden sich die specifischen Gewichte. Endlich sind unter *d* die Mittelwerte der Grenzdicken in Mikromillimetern angegeben, wobei die Wasseroberfläche zu 300 qcm angenommen wurde.

	<i>s</i>	I	II	III	<i>d</i>
Rüböl	0,917	40	50	50	1,7
Olivöl	0,913	60	60	60	2,2
Mohnöl	0,921	54	52	45	1,8
Leberthran	0,930	50	52	45	1,7
Mandelöl	0,919	52	60	60	2,1
Ricinusöl	0,969	50	45	45	1,6
Leinöl	0,935	47	62	62	2,0

Die Unterschiede der einzelnen Zahlen der letzten Reihe sind nicht derart, dass man daraus auf charakteristische Verschiedenheiten für die einzelnen Substanzen schliessen könnte. In runder Summe repräsentirt also $2\mu\mu$ die Dicke derjenigen Oelschicht, welche einem Luftstrom unter den gegebenen Verhältnissen Widerstand zu leisten vermag.

Diese Zahl befindet sich in Uebereinstimmung mit den Versuchen von Röntgen¹⁾ und von Lord Rayleigh.²⁾ Röntgen findet die Dicke einer Oelschicht, welche gerade die Durchbrechung durch Aetherdampf verhindert, zu $1,8\mu\mu$. Lord Rayleigh gibt $2\mu\mu$ für diejenige Oelschicht, welche die Eigenbewegungen kleiner Kampherstückchen zu hemmen vermag.

1) Röntgen, Wied. Ann. **41**. p. 321–329. 1890.

2) Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. **47**. p. 364–367. 1890.

Hiernach gibt es also eine gewisse Grenzdicke, bei welcher eine Oelschicht fähig wird, verschiedenartige Wirkungen auszuführen und zwar scheint diese Grösse für verschiedene fette Oele dieselbe zu sein.

Ferner stimmen auch darin meine Versuche mit denjenigen der genannten beiden Physiker überein, dass es noch cohärente Schichten von sehr viel geringerer Dicke gibt, deren Wirkung man nach einer der angegebenen Methoden sichtbar machen und allenfalls auch noch messen kann. Die dünnste Schicht, mit der ich zu thun hatte, war $\frac{1}{6}$ der oben angegebenen Zahl, also ungefähr $0,3 \mu$.

Ich habe auch noch eine ganze Reihe anderer Substanzen nach der von mir beschriebenen Methode untersucht, besonders eine Anzahl ätherischer Oele. Auch hier gelingt es bei einer Reihe von Substanzen, die verschiedenen Stadien der Strömungsbilder und den Grenzzustand herbeizuführen. Man muss dann aber sehr viel grössere Mengen benutzen. Diese Substanzen verdunsten stark, sodass die beobachteten Mengen zu gross ausfallen. Trotzdem übertreffen dieselben die früher gefundenen jedenfalls ganz ausserordentlich. Cassiaöl steht den fetten Oelen noch am nächsten; hier ist ungefähr die zehnfache Menge nöthig. Bei Bergamottöl und Pfeffermünzöl war die Menge nahezu hundertfach, bei Petroleum noch grösser. Hiernach scheinen noch andere Eigenschaften der Flüssigkeiten bei diesen Versuchen eine Rolle zu spielen.

Schliesslich habe ich noch eine andere Erscheinung untersucht. Führt man nach Erreichung des Grenzzustandes bei den fetten Oelen noch weitere Mengen zu, so bleibt das Oel zunächst noch unwahrnehmbar¹⁾, indem nur die gleichmässige Dicke der Oelschicht zunimmt. Bei Ueberschreitung einer gewissen Gewichtsmenge bilden sich aber die früher erwähnten kleinen Tröpfchen oder Sternchen, welche sich längere Zeit erhalten. In denselben muss die Oelschicht eine grössere Dicke besitzen, als in der Umgebung. Die zur Herbeiführung dieses Zustandes nöthigen Mengen habe ich für einige fette

1) Die optische Wirkung sehr viel geringerer Fettschichten hat Lord Rayleigh (Phil. Mag. (5) 33. p. 1. 1892) durch Beobachtung der Reflexion polarisirten Lichtes festgestellt. Hier handelte es sich nur um das Aussehen der Oberfläche.

Oele festgestellt. Die Versuche wurden ähnlich ausgeführt, wie zuvor. Doch wurde jetzt ein dickerer Platindraht benutzt, um von dem abgewogenen Tropfen eine etwas grössere Menge zu entnehmen. Genügte dieselbe noch nicht, so wurde nach Ausglühen des Drahtes eine weitere Portion entnommen und schliesslich der Gewichtsverlust des Tropfens festgestellt.

Die Sternchen werden am besten sichtbar bei der Reflexion der dunkleren Theile eines hellen Fensters an der Wasseroberfläche. Das Aussehen derselben ist bei den verschiedenen Substanzen etwas anders; bei einigen sind die Sternchen sehr klein und zahlreich, bei anderen etwas grösser und seltener. Die zuzuführenden Mengen betrugen bei derselben Wasseroberfläche von 300 qcm bis zur ersten Wahrnehmung der Sternchen bei zwei Versuchsreihen:

1. für Olivenöl 0,4 und 0,5 mg; 2. für Rüböl 0,5 und 0,5 mg; 3. für Mohnöl 0,4 und 0,4 mg; 4. für Mandelöl 0,5 und 0,7 mg.

Bei der Unsicherheit der Beobachtung kann nur geschlossen werden, dass die Menge und also die durchschnittliche Dicke ungefähr das neun- bis zehnfache der früher beobachteten ist, also etwa 18μ beträgt.

5.

Vergegenwärtigen wir uns hiernach nochmals die Reihenfolge der Eigenschaften einer Oelschicht auf Wasser in dem Sinne, dass wir uns einer reinen Wasserfläche jedesmal eine etwas grössere Oelmenge mitgetheilt denken.

1. Die durchschnittliche Dicke der Oelschicht ist kleiner als 2μ . Die Schicht ist überall gleichmässig dick. Oberflächenzähigkeit, sowie Widerstandsfähigkeit gegen Aetherdampf sind vorhanden, nehmen aber mit der Dicke zu.

2. Die Dicke der Schicht ist grösser als 2μ , aber kleiner als 18μ . Auch jetzt ist die Vertheilung noch eine gleichmässige. Die Oberflächenzähigkeit hat einen gewissen Grenzwert erreicht. Ebenso ist die Oberfläche jetzt für Aetherdampf undurchlässig.

3. Wird der Grenzwert von ungefähr 18μ überschritten, so wird die Vertheilung des Oeles über die Wasserfläche eine ungleichmässige. An einzelnen Stellen sind oder bleiben grössere

Oelmengen einige Zeit angehäuft, während der grössere Theil mit einer dünneren Schicht bedeckt ist. Die Oelschicht fängt auf diese Weise an, für das unbewaffnete Auge sichtbar zu werden. Die dämpfenden Wirkungen sind beträchtlich, wie die im zweiten Abschnitte beschriebenen Erscheinungen an der Oberfläche der See zeigen. Auch bei erheblicher Vergrösserung der Oelmenge bleibt dieser Zustand — Tropfenbildung auf einer mit einer dünneren Schicht belegten Fläche — bestehen. Unter günstigen Umständen können die Tropfen — wie die Versuche von Sohneke zeigen — grosse Dimensionen vorübergehend annehmen. Im allgemeinen wird aber der Gleichgewichtszustand einer gegebenen Oelmenge, welche man auf eine bestimmte Wasseroberfläche bringt, von der Art der Zuführung abhängen.

4. Soll eine Wasseroberfläche dauernd mit einer gleichmässig dicken Oelschicht überzogen werden, so sind dazu sehr beträchtliche Oelmengen nöthig. —

Wie ich schon früher angedeutet, habe ich diese Erscheinungen verfolgt, um aus denselben einen Rückschluss auf die Wirkungssphäre der Molecularkräfte ziehen zu können. Nach längerer Ueberlegung bin ich indess davon zurückgekommen.

Handelt es sich um einen Vorgang an der Grenze zweier Flüssigkeiten, von denen die eine aus einer Schicht von sehr geringer Dicke besteht, so machen sich jedenfalls ausser den Molecularkräften, wie sie in der Capillaritätstheorie behandelt werden, noch andere Wirkungen geltend. Ich möchte hierzu mit Quincke¹⁾ den Umstand rechnen, dass sich zwei im gewöhnlichen Sinne nicht mischbare Flüssigkeiten doch in sehr geringen Mengen in einander lösen können, und dass diese Lösung — allerdings wiederum sehr langsam — sich durch Diffusion verändert.

Hiernach würde man die dünnsten Oelschichten wohl nicht mehr als eine *über* das Wasser ausgebreiteten Menge, sondern als eine Lösung derselben an der Wasseroberfläche aufzufassen haben.

1) Quincke, Pogg. Ann. 139. p. 20 und 75 und Wied. Ann. 35. p. 582. 1888.

Dieser Mischschicht müssen wir grosse Zähigkeit und kleine Oberflächenspannung zuschreiben. Die Zähigkeit wächst, die Spannung nimmt ab mit zunehmender Oelmenge, bis dieselbe eine gewisse Grenze erreicht hat. Dann ist die Wasserfläche für den Augenblick mit Oel gesättigt. Weitere Oelmengen vermögen sich zunächst nicht mehr auszubreiten. Hierzu ist, wie früher bemerkt, bei einigen fetten Oelen eine Quantität von ungefähr 0,0017 mg für ein Quadratcentimeter nöthig.

Hiernach haben wir es gerade bei den dünnsten Oelschichten nicht mehr ausschliesslich mit capillaren Gleichgewichtszuständen, sondern mit einem durch Lösung und Diffusion (bei manchen anderen Flüssigkeiten kommt hierzu noch die Verdunstung) modificirten Vorgang zu thun, aus welchem mir die Berechnung der Wirkungssphäre der Capillarkräfte nicht ausführbar erscheint.

Greifswald, den 25. März 1893.

10. *Notiz, betreffend die Möglichkeit einer zugleich den elastisch-optischen wie den electromagnetischen Principien entsprechenden Dispersionsformel; von E. Ketteler.*

Im letztem Hefte der Annalen¹⁾ ist es Hrn. von Helmholtz gelungen, die Gesetze der Farbenzerstreuung aus den Principien der electromagnetischen Lichttheorie abzuleiten. Im Folgenden soll die von ihm gewonnene Dispersionsformel mit denjenigen Gleichungen zusammengestellt werden, die ich selber früher auf elastisch-optischer Grundlage aufgestellt habe.

Zunächst findet man in diesen Annalen²⁾ und weiter in meiner Optik p. 93 die Bewegungsgleichungen der Aether- und Körpertheilchen in folgender Form ausgedrückt:

$$(8a) \quad m \frac{d^2 \xi}{dt^2} - m' \frac{d^2 \xi}{dt^2} C = e \frac{d^2 \xi}{dx^2} + b m' \xi$$

$$(9) \quad \frac{d^2 \xi}{dt^2} C + \frac{d^2 \xi'}{dt^2} = -r \xi - g' \frac{d \xi}{dt}$$

Darin beziehen sich m , e , ξ auf die Aethertheilchen, m' , ξ' auf die Molecüle, und sind

$$C, b (= B r), r \left(= \frac{4 \pi^2}{T_m^2} \right), g' \left(= G \frac{2 \pi}{T_m} \right)$$

Constanten.

Die Integration derselben mittels der Ausdrücke:

$$\xi = A \cos 2 \pi \left(\frac{t}{T} - n \frac{x}{\lambda} \right), \quad \xi' = A' \cos 2 \pi \left(\frac{t}{T} - n \frac{x}{\lambda} \right),$$

worin $n = v + \kappa \sqrt{-1}$ das complexe Brechungsverhältniss bedeutet, führt zur Bedingungsgleichung:

$$(11) \quad n^2 - 1 = \frac{m' \frac{B C \frac{T^2}{T_m^2} - C^2}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T}{T_m}}}{T_m}$$

unter T die variable Schwingungsdauer verstanden.

1) v. Helmholtz, Wied. Ann. 48. p. 389. 1893.

2) v. Helmholtz, Wied. Ann. 21. p. 199. 1884; Ketteler, Theoretische Optik. Braunschweig, 1885. Die Nummern der im Folgenden citirten Formeln sind die der Optik.

Weiterhin habe ich in meinem Buche p. 95 die Gleichung (8a) durch Hinzufügung eines neuen Dämpfungsgliedes zu verallgemeinern gesucht, sodass dann das System entsteht:

$$(12) \quad \begin{cases} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} - m' \frac{d^2 \xi'}{dt^2} C = e \frac{d^2 \xi}{dt^2} + b m' \xi + c m' \frac{d \xi'}{dt} \\ \frac{d^2 \xi}{dt^2} C + \frac{d^2 \xi'}{dt^2} = -f \xi - g \frac{d \xi'}{dt}. \end{cases}$$

Setzt man darin $c = (2\pi / T_m) H'$, so erhält man die entsprechende Bedingungsleichung:

$$(XII) \quad n^2 - 1 = \frac{m'}{m} \frac{B C \frac{T^2}{T_m^2} - C^2 - \sqrt{-1} H' C \frac{T}{T_m}}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T}{T_m}}.$$

Beide Ausdrücke (11) und (XII) geben für $\lambda = \infty$, bez. $\lambda = 0$ die identischen Extremwerthe:

$$(28) \quad n_{\infty}^2 - 1 = \frac{m'}{m} B C, \quad n_0^2 - 1 = \frac{m'}{m} C^2.$$

Führt man schliesslich (p. 101) statt H' eine neue Constante H ein, die mit ihr verknüpft ist, durch die Gleichung:

$$H' - B G = H,$$

so geht Ausdruck XII dadurch über in:

$$(XIIc) \quad n^2 - n_{\infty}^2 = \frac{m'}{m} \frac{(B - G) C - \sqrt{-1} C H \frac{T}{T_m}}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T}{T_m}}.$$

Bezüglich der Bedeutung des Coefficienten H ist p. 101 bemerkt, dass die Annahme $H = 0$ in der eigentlichen Optik auf Grund der bisherigen Erfahrungen wohl durchweg genügen werde, dass indess das mit dem Coefficienten H behaftete Glied doch immerhin für die quantitative Spectralanalyse sowie besonders für die Lichtbewegung in Metallen und vielleicht auch für die von Kerr entdeckte Doppelbrechung electricisirter Flüssigkeiten zu einem merklichen Einfluss werden gelangen können.

In den ferneren Abhandlungen ist dann wesentlich aus practischen Gründen durchweg $H = 0$ gesetzt, sodass Ausdruck (XIIc) sich dadurch abkürzt auf:

$$n^2 - n_{\infty}^2 = \frac{n_{\infty}^2 - n_0^2}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T}{T_m}} \quad (H' = 0),$$

während der etwas weniger bequeme Ausdruck (11) der Annahme $H' = c = 0$ entspricht. Derselbe schreibt sich nunmehr:

$$n^2 - 1 = \frac{(n_\infty^2 - 1) \frac{T^2}{T_m^2} - (n_0^2 - 1)}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T}{T_m}} \quad (H' = 0).$$

Wie ich übrigens vor kurzem¹⁾ nachgewiesen habe, lassen sich die Gleichungen (12) unter der Annahme $H = 0$ auch auf die Form bringen:

$$(a) \quad \begin{cases} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = c \frac{d^2 \xi}{dx^2} - B C m' \frac{d^2 \xi}{dt^2} - (B - C) m' \frac{d^2 \xi'}{dt^2} \\ \frac{d^2 \xi'}{dt^2} = -\xi_\mu' \xi' - g_\mu \frac{d \xi'}{dt} + \frac{C}{1+C} \left(\frac{d^2 \xi'}{dt^2} - \frac{d^2 \xi}{dt^2} \right). \end{cases} \quad (H=0).$$

Dagegen erhält das System der Gleichungen (8a) und (9) durch die gleiche Transformirung noch ein zusätzliches Glied und geht so über in:

$$(b) \quad \begin{cases} m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = c \frac{d^2 \xi}{dx^2} - B C m' \frac{d^2 \xi}{dt^2} - (B - C) m' \frac{d^2 \xi'}{dt^2} - B(1+C) m' g_\mu \frac{d \xi'}{dt} \\ \frac{d^2 \xi'}{dt^2} = -\xi_\mu' \xi' - g_\mu \frac{d \xi'}{dt} + \frac{C}{1+C} \left(\frac{d^2 \xi'}{dt^2} - \frac{d^2 \xi}{dt^2} \right). \end{cases} \quad (H' = 0).$$

Auf dem von mir eingehaltenen Standpunkte sind die Gleichungen (8a) und (9), bez. (12) die eigentlichen Grundgleichungen der Theorie, die als solche ausführlich begründet sind. Aus ihnen wie nicht minder aus den Gleichungen (a) und (b) ersieht man, dass es wesentlich die Constante C ist, welche die Wechselwirkung zwischen den Aether- und Molecularschwingungen vermittelt. Es würde daher auch ein Nullsetzen von C die ganze Theorie vernichten.

Andererseits ist nicht ausgeschlossen, vielleicht wegen der Kleinheit der Molecularamplituden sogar recht wahrscheinlich, dass C eine äusserst kleine Grösse ist, so klein vielleicht, dass es genügt, nur die erste Potenz derselben beizubehalten, dagegen schon die zweite zu vernachlässigen. Unter dieser Annahme wird zufolge Gleichungen (28) für $\lambda = 0$:

$$(c) \quad n_0^2 = 1,$$

und so schreibt sich dann der Ausdruck (11):

1) Ketteler, Wied. Ann. 46. p. 572. 1892.

$$(d) \quad n^2 - 1 = \frac{(n_\infty^2 - 1) \frac{T^2}{T_m^2}}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T^2}{T_m}}$$

in denkbar bequemster Weise. Die von mir sogenannte dispergirende Kraft:

$$D = n_\infty^2 - n_0^2$$

würde folglich hiernach mit der brechenden Kraft $(n_\infty^2 - 1)$ identisch werden.

Vorstehende Formel spaltet sich schliesslich in die beiden reellen Theilausdrücke:

$$v^2 - x^2 - 1 = \frac{(n_\infty^2 - 1) \left(1 - \frac{T_m^2}{T^2}\right)}{\left(1 - \frac{T_m^2}{T^2}\right)^2 + G^2 \frac{T_m^2}{T^2}}, \quad 2vx = \frac{(n_\infty^2 - 1) G \frac{T_m^2}{T^2}}{\left(1 - \frac{T_m^2}{T^2}\right)^2 + G^2 \frac{T_m^2}{T^2}}.$$

* * *

Wenden wir uns hiernach zu den aus der electromagnetischen Lichttheorie abgeleiteten Formeln des Herrn v. Helmholtz.

Die von demselben aufgestellte Gleichung (146) auf p. 396, welche lautet:

$$p = -\frac{q}{in} + \frac{1}{\mathfrak{G}} = \frac{1}{\mathfrak{G}_0} \sqrt{\frac{1+h}{1-h}},$$

schreibt sich bei meiner Bezeichnung:

$$\frac{1}{w} = \sqrt{-1} q T + \frac{1}{v} = \frac{1}{V} \sqrt{\frac{1+h}{1-h}},$$

oder kürzer:

$$N^2 = (\sqrt{-1} x + v)^2 = \frac{1+h}{1-h}.$$

Entnehmen wir weiter den Werth von h der zweiten der Gleichungen (13c), so kommt:

$$N^2 = \frac{a^2 - m n^2 + k i n + 1}{a^2 - m n^2 + k i n - 1}.$$

Oder auch:

$$N^2 - 1 = \frac{2}{a^2 - m n^2 + k i n - 1}.$$

Darin sind a^2 , m , k Constanten und bedeutet n die Schwingungszahl. Man kann dafür dann weiter schreiben:

$$N^2 - 1 = \frac{\frac{2}{m} T^2}{\left(\frac{a^2 - 1}{m}\right) T^2 - 1 + \sqrt{-1} \frac{k}{m} T}.$$

Führt man jetzt die Bezeichnungen ein:

$$\frac{2}{a^2 - 1} = n_{\infty}^2 - 1, \quad \frac{m}{a^2 - 1} = T_m^2, \quad \frac{2}{m} = \frac{n_{\infty}^2 - 1}{T_m^2}, \quad \frac{k}{m} = -\frac{G}{T_m}$$

so erhält man die Dispersionsformel:

$$N^2 - 1 = \frac{(n_{\infty}^2 - 1) \frac{T^2}{T_m^2}}{\frac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1} G \frac{T^2}{T_m}},$$

die sonach völlig mit Gleichung (d) übereinstimmt.

Vorläufig ist der Abhandlung nicht explicite zu entnehmen, ob T_m und G , wie es die optische Erfahrung zu verlangen scheint, von der Dichtigkeit unabhängig ist, und ob $(n_{\infty}^2 - 1)$ den optischen Versuchen von Arago, Dulong und mir und den electrischen Versuchen von Boltzmann und Klemenčič entsprechend genau oder wenigstens genähert der Dichtigkeit proportional ist.

Würden diese Voraussetzungen zutreffen, so würde das für Gase von mir experimentell gefundene weitere Dispersionsgesetz, dass der Abstand zweier Spectrallinien eines Gas-spectrums der Dichtigkeit des Gases proportional ist, auch durch die electromagnetische Lichttheorie erwiesen sein.

Münster i./W., im April 1893.

11. Zur polarisirenden Wirkung der Lichtbeugung; von Karl Exner.

Die experimentellen Studien über die durch Beugung bewirkte Polarisation des Lichtes haben zu wenig übereinstimmenden Resultaten geführt. Es schien mir deshalb eine Revision des Gegenstandes angezeigt, welche, wie ich glaube, zu einem einigermaßen befriedigenden Resultate führte.¹⁾

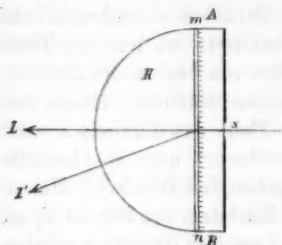
Schon Stokes erkannte die Schwierigkeiten, welche sich dem Experimente entgegenstellten. Man braucht grosse Beugungswinkel und ist folglich auf die Erscheinungen angewiesen, welche Glasgitter zeigen. Hier stösst man nun weiter auf zwei Schwierigkeiten:

1. Fällt ein Bündel paralleler Strahlen s senkrecht auf die erste, ungeritzte Fläche des Glasgitters, so tritt ein Theil dieses Bündels durch das Glas, begleitet von den an der zweiten, geritzten Fläche entstehenden gebeugten Bündeln. Heisse das q te dieser Bündel s_q . Ein anderer Theil des Bündels s wird an der zweiten Fläche des Glases reflectirt und ist ebenfalls begleitet von den durch Reflexion gebeugten Bündeln. Heisse das q te dieser gebeugten Bündel s'_q . Nachdem das Bündel s'_q an der ersten Fläche Reflexion und an der zweiten Brechung erlitten hat, geht es, wie eine einfache Rechnung zeigt, in derselben Richtung wie s_q . In dieser Richtung gehen überdiess noch andere, schwächere Bündel, welche wiederholte Reflexionen erlitten haben. Von allen diesen, in derselben Beugungsrichtung gehenden Bündeln ist es das Bündel s_q allein, dessen Polarisationszustand untersucht werden soll, während die übrigen Bündel beträchtliche Intensität und einen völlig abweichenden Polarisationszustand haben. Handelt es sich also um die Einwirkung lediglich der Beugung auf den Polarisationszustand, so müssen diese letzteren Bündel ausgeschlossen werden. Stokes verwendete zu diesem Zwecke ein sehr dünnes Bündel s und beobachtete ohne Fernrohr, so dass das Bündel s_q und die begleitenden Bündel getrennt wahrgenommen und bezüglich ihres Polarisationszustandes untersucht werden konn-

1) Karl Exner, Sitzgb. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien. 1890—92.

ten. Wenn man aber einen Collimator verwendet und mittels eines auf unendliche Entfernung eingestellten Fernrohrs beobachtet, so müssen alle jene Bündel zur Entstehung eines einzigen Bildes beitragen, dessen Polarisationszustand von jenem des Bündels s_q verschieden sein wird. Wenn die geritzte Fläche des Glases der Lichtquelle zugekehrt ist, ergeben sich analoge Verhältnisse.

2. Ist die geritzte Fläche eines Glasgitters dem Beobachter zugekehrt, so ist die polarisirende Wirkung der Beugung auch bei grossen Beugungswinkeln eine kaum merkliche; ist hingegen die geritzte Fläche der Lichtquelle zugekehrt, so erweist sich trotz der Brechung an der zweiten Fläche des Glases das gebeugte Licht stark wie durch Reflexion polarisirt. Man muss hieraus schliessen, dass der die Beugung begleitende Wechsel



des Mittels von wesentlichem Einflusse auf den Polarisationszustand des gebeugten Lichtes ist. Es stellt sich also dem Experimente die weitere Schwierigkeit entgegen, dass zwei Ursachen für die Veränderung des Polarisationszustandes vorhanden sind: Die Beugung und der Wechsel des Mittels.

Stokes begegnete dieser Schwierigkeit mit einer Hypothese: Die Beugung bei gleichzeitigem Wechsel des Mittels sei so aufzufassen, als fände zuerst die Beugung (noch im ersten Mittel) nach dem Cosinusetz, und dann gewöhnliche Brechung statt.

Die nach dieser Hypothese gerechneten Zahlen stimmten mit den durch Messung gewonnenen überein, mochte die geritzte Fläche des Gitters dem Beobachter zu- oder abgekehrt sein. Gleichwohl ist diese Uebereinstimmung keineswegs eine so gute, dass man hiedurch die beiden Theile der Hypothese als erwiesen ansehen möchte.

Aus diesem Grunde suchte ich den Wechsel des Mittels ganz zu vermeiden und verfuhr in der folgenden Weise:

Das Glasgitter AB (vgl. die Fig.) ist mit der geritzten Fläche mn mittelst eines Tropfens Oel an eine Halbcylinderlinse H geklebt und die ungeritzte Fläche bis auf einen Spalt s mit

Asphaltfirniß überzogen. Die beiden Gläser, das Oel und der Firniß haben nahe den gleichen Brechungsindex. Diese Vorrichtung wird auf das Tischchen eines Spectrometers gesetzt. Das Spaltfernrohr ist von der Linse befreit und trägt ein drehbares Nicol. Das Beobachtungsfernrohr ist von beiden Linsen befreit und trägt ein drehbares, mit verticalem Theilkreise versehenes Nicol. Das vom Heliostaten kommende Sonnenlicht geht durch den Polarisator, dessen Hauptschnitt mit den verticalen Gitterstäben einen Winkel von 45° bildet, tritt durch den Spalt s und erfährt am Gitter mn Beugung. Das gebeugte Licht L' erfährt keinerlei Brechung und tritt durch den Analysator, durch welchen der Winkel der Polarisationsebene des gebeugten Lichtes mit der horizontalen Ebene (Beugungsebene) bestimmt wird.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate meiner Messungen bei dem eben beschriebenen Versuche. In derselben bedeutet θ den Beugungswinkel, φ die Drehung der Polarisationsebene im Sinne einer Annäherung an die Beugungsebene, φ' die nach dem Stokes'schen Cosinusetze gerechnete Drehung. Sämmtliche Zahlen bedeuten ganze Grade. Jede derselben wurde als Mittel aus zahlreichen Messungen innerhalb eines Spielraumes von je 5° Beugungswinkel gewonnen.

θ	φ'	φ	θ	φ'	φ
5°	0°	0°	50°	12°	14°
10	1	0	55	15	16
15	1	1	60	18	20
20	2	2	65	22	24
25	3	4	70	26	27
30	4	3	75	30	32
35	6	6	80	35	34
40	8	8	85	40	43
45	10	11	90	45	46

Diese Zahlen zeigen eine rohe aber doch sehr deutliche Uebereinstimmung mit dem Stokes'schen Cosinusetze.

Noch eine Fehlerquelle kann möglicherweise in dem durch die Furchen des Gitters zerstreuten Lichte liegen. Bei kleineren Beugungswinkeln, wo die Spectren noch getrennt wahrgenommen werden, stört diese Fehlerquelle nicht, da das Verschwinden eines solchen Spectrums oder eines Theiles dessel-

ben bei bestimmter Stellung des Analysators den Polarisationszustand des Spectrums, also des gebeugten Lichtes erkennen lässt. Bei grösseren Beugungswinkeln hingegen, wo die Spectra sich überdecken und einen gleichmässigen Lichtstreifen hervorbringen, ist man einer Täuschung ausgesetzt, da hier das gebeugte Licht nicht mehr von dem zerstreuten unterschieden wird. Wenn man aber mit homogenem Lichte arbeitet und das Lichtbild die Maxima zweiter Classe und die Minima erster Classe an richtiger Stelle zeigt, ist man wohl versichert, dass man es mit gebeugtem Lichte zu thun habe. So war es ein Fortschritt in der Methode der Beobachtung, wenn G. Quincke die Messungen auf die Maxima zweiter Classe bezog.

Um dieser möglichen Fehlerquelle Rechnung zu tragen, habe ich in Ergänzung der oben angeführten Messungen einen Controlversuch mit homogenem Sonnenlichte angestellt, dessen Resultate die folgende Tabelle enthält. In derselben bedeutet n die Ordnungszahl des Spectrums zweiter Classe. Die Spectra 6, 7, 8 waren durch die Nähe des ersten Minimums erster Classe zu sehr verdunkelt, um eine Messung zu gestatten.

n	θ	φ'	φ
1	4° 42'	0°	0°
2	9 24'	0	0
3	14 11'	1	1
4	19 4'	2	2
5	24 6'	3	3
9	47 20'	11	12

Diese Zahlen zeigen, dass das untersuchte Licht bis zu einem Beugungswinkel von nahe 50 Graden von jeder merklichen Beimischung zerstreuten Lichtes frei war, wahrscheinlich aber weit über diese Grenze hinaus.

Diesen meinen Messungen, welche das Stokes'sche Cosinusgesetz bestätigen, hat jüngst Hr. Quincke seine eigenen früheren Messungen entgegengesetzt¹⁾. Obgleich nun Hrn. Quincke's experimentelle Resultate mit meinen eigenen Messungen in der That durchaus nicht übereinstimmen, kann doch, wie ich glaube, ebensowenig ein Gegensatz zwischen den bei-

1) G. Quincke, Wied. Ann., 47. p. 765. 1892.

derseitigen Resultaten constatirt werden. Was nämlich zunächst Hrn. Quincke's Messungen bei reflectirt gebeugtem Lichte betrifft, so beziehen sich auf diesen Fall weder das Cosinusgesetz noch meine Messungen. Während ferner in Beziehung auf das durchgehend gebeugte Licht bei meinen Experimenten die Polarisation lediglich durch die Beugung hervorgebracht wurde, waren bei Hrn. Quincke's entsprechenden Experimenten noch andere Ursachen der Polarisation vorhanden, von denen oben ausführlicher die Rede war, beispielsweise der Wechsel des Mittels. Einzig ausgenommen hievon sind Hrn. Quincke's Messungen an Drahtgittern. Hier wurden aber nur kleine Beugungswinkel verwendet, welcher im äussersten Falle einen Grad kaum überstiegen, während bei meinen eigenen Messungen die kleinsten Beugungswinkel mehr als zwei Grade betrugen. Es scheint also, dass ein eigentlicher Widerspruch zwischen Hrn. Quincke's und meinen eigenen experimentellen Resultaten nicht zu constatiren sei.

Wien, März, 1893.

12. *Notiz zum Weber'schen Grundgesetz;
von H. Lorberg.*

In einem Aufsätze in den *Compt. rend.* 110. p. 825. 1890 behauptet Hr. Poincaré, dass nach dem Weber'schen Grundgesetz das Potential zweier Stromelemente aufeinander

$$(1) \quad Q = -i i' ds ds' \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}$$

sei, d. h. dass die in der Zeit dt geleistete ponderomotorische Arbeit

$$(2) \quad A_p = \delta Q$$

sei, wo das Zeichen δ sich auf die Bewegung der zwei Stromelemente bezieht; und er findet es auffällig, dass hiernach die ponderomotorischen Kräfte zweier Stromelemente oder ungeschlossenen Ströme nach Weber ein Potential besitzen, während dies doch nach der Ampère'schen Formel, auf welche das Weber'sche Grundgesetz führt, bekanntlich nicht der Fall ist; er glaubt diesen anscheinenden Widerspruch dadurch erklären zu können, dass das Weber'sche Grundgesetz nur unter der Annahme einer gleichförmigen Strömungsgeschwindigkeit zu der Ampère'schen Formel führe, eine Annahme, welche für nicht geschlossene Ströme unzulässig sei. Diese in den Gleichungen (1) und (2) ausgesprochene Behauptung, welche der Verf. auch in seinem Buche „Electricität und Optik“ II. p. 35 (1892) wiederholt, ist, soviel ich sehe, unrichtig, und damit fällt auch jener vermeintliche Widerspruch, welcher sich durch die angeführte Erklärung unmöglich würde beseitigen lassen, da das Weber'sche Grundgesetz eben unter der Annahme zu der Ampère'schen Formel führt, dass jedes Stromelement sich so verhält, *als ob* es einem gleichförmigen Strome angehörte. Aus dem Weber'schen Grundgesetz wie aus der Ampère'schen Formel ergibt sich nämlich die ponderomotorische Arbeit

$$(3) \quad A_p = \delta Q + i i' ds ds' \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{\delta r}{dt} \right) + \frac{d}{ds'} \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{\delta r}{dt} \right) \right]$$

und nicht $A_p = \delta Q$, wie der Verf. behauptet. Wie die angezogene Stelle seines Buches zeigt, ist der Verf. zu diesem irrthümlichen Werth durch die Erwägung gekommen, dass nach dem Weber'schen Grundgesetz das System zweier Electricitätstheilchen e, e' bekanntlich eine innere potentielle Energie

$$(4) \quad P = - \frac{ee'}{2c^2} \frac{1}{r} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2$$

besitzt, d. h. dass die in der Zeit dt von den gegenseitigen Kräften geleistete Arbeit

$$(5) \quad A = - \frac{dP}{dt} \cdot dt$$

ist, und dass man durch Summation der Werthe von P für die vier nach Weber in den zwei Stromelementen sich bewegenden Electricitätstheilchen den Ausdruck Q in Gleichung (1) erhält. Diese Summe besitzt aber gar nicht den Charakter eines Potentials, weder für die ponderomotorischen noch für die gesammten ponderomotorischen und electromotorischen Kräfte; ersteres schon deshalb nicht, weil sich aus der Gesammtarbeit nichts über die ponderomotorische Arbeit allein schliessen lässt; letzteres deshalb nicht, weil aus der Gleichung (5) durchaus nicht für die Gesammtarbeit der Ausdruck $A = - dQ$ folgt, da die auf die vier Electricitätstheilchen bezügliche Summe $\sum dP$ nicht $= d \sum P$ ist; denn in letzterem Ausdruck bezieht sich das Zeichen d bloss auf die Aenderung durch Bewegung der Leiter und durch Aenderung der Intensität, d. h. der Strömungsgeschwindigkeit, dagegen in ersterem auf die Strömungsgeschwindigkeiten selbst. Bezeichnet man mit δ, d, d' die Aenderung durch Bewegung der Leiter, Intensitätsänderung und Strömung, so ist

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\delta P}{dt} + \frac{d'P}{dt} + \frac{d''P}{dt},$$

und wenn man dies für die vier Theilchen summirt, erhält man

$$\sum \frac{\delta P}{dt} = \frac{\delta Q}{dt}, \quad \sum \frac{d'P}{dt} = \frac{d'Q}{dt}.$$

Dagegen in

$$\frac{d''P}{dt} = \frac{dP}{ds} \frac{ds}{dt} + \frac{dP}{ds'} \frac{ds'}{dt}$$

hat ds/dt und ebenso ds'/dt für zwei entgegengesetzte Electricitätstheilchen entgegengesetzte Werthe; bezeichnet man die zwei Electricitätstheilchen in ds mit 1 und 2, in ds' mit 3 und 4, die Strömungsgeschwindigkeit nach ds und ds' mit u und u' und setzt

$$e = h ds, \quad e' = h' ds', \quad \frac{2hu}{c} = i, \quad \frac{2h'u'}{c} = i',$$

so wird

$$\sum \frac{d''P}{dt} = u \frac{d}{ds} (P_{13} - P_{23} + P_{14} - P_{24}) + u' \frac{d}{ds'} (P_{13} + P_{23} - P_{14} - P_{24}),$$

wo

$$P_{13} = -ds ds' \frac{hh'}{2c^2} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial t} + u \frac{dr}{ds} + u' \frac{dr}{ds'} \right)^2,$$

also

$$(6) \quad \sum \frac{d''P}{dt} = -ii' ds ds' \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{\partial r}{\partial t} \right) + \frac{d}{ds'} \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{\partial r}{\partial t} \right) \right].$$

Die Gesamtarbeit der ponderomotorischen und electromotorischen Kräfte ist also

$$(7) \quad A = -\delta Q - \mathcal{E} Q - \sum \frac{dP'}{dt} dt$$

und die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte nach Gleichung (3)

$$(7a) \quad A_p = \delta Q - \sum \frac{d''P}{dt} dt,$$

woraus sich die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte

$$A - A_p = -2\delta Q - \mathcal{E} Q$$

ergibt, übereinstimmend mit dem directen Resultat des Weber'schen Grundgesetzes. Dass den Gleichungen (7) und (6) zufolge das System zweier Stromelemente oder ungeschlossenen Ströme nach dem Weber'schen Grundgesetz keine Energiefuction in dem Sinne besitzt, dass der Zustand des Systems lediglich durch die Lage der Leiter und durch die Stromstärke bestimmt wäre; dass aber eine Energiefuction in diesem beschränkten Sinne in einem System, welches in jedem Punkte *verschieden*

gerichtete, von der Bewegung der ponderablen Träger unabhängige Bewegungen enthält, durch die Principien der Mechanik auch gar nicht gefordert wird: darauf habe ich schon vor Jahren aufmerksam gemacht.¹⁾

Bonn, März 1893.

1) Lorberg, Pogg. Ann. 12. p. 115. 1881.

13. *Ueber ein von Wertheim aufgestelltes Gesetz
für die Elasticitätsconstanten fester Körper;
von W. Voigt.*

Wertheim¹⁾ hat aus seinen Beobachtungen über den „Dehnungswiderstand“ („Elasticitätscoefficienten“) E einiger Metalle den Schluss gezogen, dass der Quotient dieser Zahl und der siebenten Potenz der Anzahl A der Atome auf der Längeneinheit für alle Metalle nahezu denselben Werth hat, sodass also $E/A^7 = K$ eine universelle Constante darstellen würde. So unvollkommen auch die Wertheim'schen Messungen diese Relation bestätigten — K ist nach ihm für Platin nahe 2,6 mal so gross, als für Kupfer —, so hat seine Regel doch ein gewisses Ansehen bewahrt, vielleicht wegen des Schlusses, den Wertheim aus ihr gezogen hat, dass nach ihr die Wechselwirkung zwischen den kleinsten Theilchen den fünften Potenzen ihres Abstandes indirect proportional sein müsste.

So hat Hr. Tomlinson²⁾ in neuerer Zeit unter speciellem Hinweis darauf, dass die bekannte Arbeit Maxwell's über die kinetische Gastheorie von demselben Attractionsgesetz ausgeht, eine Prüfung der Wertheim'schen Regel und einiger daraus folgender Beziehungen unternommen, ist aber bezüglich der Constanz von K nicht zu wesentlich besseren Resultaten gelangt.

Die von mir unlängst für eine grössere Zahl nahe isotroper (oder quasi-isotroper) Metalle erhaltenen Elasticitätsconstanten gestatten nun, in weiterem Umfange und in durchgreifenderer Weise jene Regel zu prüfen. In der am Schluss dieser Arbeit gegebenen kleinen Tabelle enthält die fünfte Columnne für elf Metalle Zahlen, welche mit E/A^7 proportional sind, nämlich die Werthe von $E/(\epsilon/\gamma)^7$, wobei ϵ die Dichte der untersuchten Metalle nach den früher mitgetheilten Beobachtungen, und γ das Atomgewicht nach L. Meyer bezeichnet.

1) Wertheim, Ann. de Chim. (3) 12. 385 (speciell p. 447 u. f.) 1844.

2) H. Tomlinson, Phil. Trans. 174. p. 32. 1884; Proc. Roy. Soc. 38. p. 488. 1885.

Man erkennt, dass die Unterschiede dieser Zahlen ja zwar erheblich kleiner sind, als die der in der ersten Columnne gegebenen E , aber doch immer noch recht beträchtlich; der Werth für Wismuth ist das 2,8-fache von dem für Kupfer.

Dazu kommt, dass die Relation $E/A^7 = K$ gar nicht die ihr beigelegte physikalische Bedeutung hat. Es ist von vornherein unwahrscheinlich, dass durch Vergleichung der Constanten *verschiedener* Metalle eine Aufklärung über das zwischen den Theilen eines jeden einzelnen wirkamen Attractionsgesetzes gewonnen werden sollte, und in der That lässt sich der Wertheim'sche Schluss meines Erachtens nicht hinreichend begründen.

Es scheint mir aber nicht ohne Interesse, dass zwei der Wertheim'schen sehr ähnliche Relationen noch etwas besser als jene durch meine Beobachtungen bestätigt werden, welche eine sehr anschauliche physikalische Bedeutung besitzen, nämlich die Beziehungen $E/A^6 = K_1$ und $T/A^6 = K_2$, wo in letzterer T den Torsionswiderstand der Substanz, und K_1, K_2 je eine Constante bezeichnet. Analoge Formeln gelten natürlich für alle anderen elastischen Widerstände, indessen gehe ich nur auf E und T ein, da diese Grössen direct gemessen und daher relativ genau bekannt sind.

Der Sinn dieser Beziehungen erhellt aus der Ueberlegung, dass in Körpern mit nur einer Atomart, falls $f(r)$ das Gesetz der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen bezeichnet, die auf die Flächeneinheit bezogenen Druckcomponenten gegen ein Flächenelement q , dessen Normale n ist, definirt sind durch die Formeln

$$X_n = \frac{1}{q} \sum \sum f(r) \cos(r, x),$$

$$Y_n = \frac{1}{q} \sum \sum f(r) \cos(r, y),$$

$$Z_n = \frac{1}{q} \sum \sum f(r) \cos(r, z).$$

Hierin bezieht sich die eine Summe Σ auf alle die *anziehenden* Massen, welche sich auf der einen Seite einer durch q gelegten Ebene befinden, die andere auf die *angezogenen* Massen, welche auf der anderen Seite dieser Ebene und zwar in einem

über q , parallel mit n errichteten geraden Cylinder liegen. Die Summen sind also im Grunde beide dreifache.

Ist die Anzahl der innerhalb der Wirkungssphäre liegenden Atome sehr gross, so kann man, vorausgesetzt, dass die der Grenze q unendlich nahe zweiter Ordnung gelegenen Massen keinen endlichen Antheil zu dem Werthe der Summe beitragen, die Summen in Raumintegrale verwandeln, wobei dann die Anzahl A^3 der Atome in der Volumeneinheit zweimal vor die Summe tritt. Man kann also schreiben:

$$X_n = \frac{A^3}{q} \int dv \int d v' f(r) \cos(r, x),$$

$$Y_n = \frac{A^3}{q} \int dv \int d v' f(r) \cos(r, y),$$

$$Z_n = \frac{A^3}{q} \int dv \int d v' f(r) \cos(r, z).$$

Die in A^6 multiplicirten Summen hängen nun nicht mehr von der wirklich im Körper vorhandenen Massenvertheilung ab, sondern nur noch von dem Gesetz der Elementarwirkung zwischen zwei Atomen. Sie stellen nämlich die Werthe dar, welche X_n , Y_n , Z_n annehmen würden, wenn in jedem Volumenelement dv nur je ein Atom läge.

Entwickelt man diese Ausdrücke in gewohnter Weise, um zu den Grundformen der Elasticität

$$-X_x = c x_x + c_1 y_y + c_1 z_z,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$-X_y = \frac{c - c_1}{2} x_y$$

zu gelangen, so erkennt man, dass die Constanten c und c_1 den Factor A^6 erhalten und, in ihn multiplicirt, je einen nur von der Elementarwirkung abhängenden Term, sodass man schreiben kann:

$$c = A^6 c', \quad c_1 = A^6 c'_1.$$

Nun sind die elastischen Widerstände linear in den Elasticitätsconstanten, man kann unter den gemachten Voraussetzungen also auch setzen:

$$E = A^6 E', \quad T = A^6 T',$$

worin E' und T' allein von dem Elementargesetz der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen abhängen.

Al
Cd
Fe
Au
Cu
Mg
Ni
Ag
Bi
Zn
Sn

Ergibt nun die Beobachtung für verschiedene Metalle nahezu gleiche Werthe der Verhältnisse E/A^6 und T/A^6 , so folgt daraus die Constanz von E' und T' , und diese hat man dahin zu deuten, dass für jene Metalle die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Atomen bei gleicher Entfernung nahezu gleiche Intensität besitzt.

Die folgende Tabelle enthält in der sechsten und siebenten Columne die Werthe der mit E/A^6 resp. T/A^6 proportionalen Grössen $E \cdot (\gamma/e)^3$ und $T \cdot (\gamma/e)^3$.

	$E \cdot 10^{-6}$	$T \cdot 10^{-6}$	ϵ	γ	$E \cdot (\gamma/e)^3 \cdot 10^{-8}$	$E \cdot (\gamma/e)^3 \cdot 10^{-8}$	$T \cdot (\gamma/e)^3 \cdot 10^{-8}$
Al	6,57	2,58	2,676	27,03	31,2	6,70	2,63
Cd	7,07	2,45	8,665	111,7	59,4	11,77	4,08
Fe	12,8	5,21	7,188	55,9	33,0	7,74	3,15
An	7,58	2,85	19,284	196,2	36,6	7,84	2,95
Cu	10,85	4,78	8,860	63,2	22,9	5,52	2,43
Mg	4,26	1,71	1,741	23,95	41,6	8,06	3,24
Ni	20,3	7,82	8,795	58,0	35,7	8,82	3,40
Ag	7,79	2,96	10,493	107,7	39,3	8,40	3,12
Bi	3,19	1,24	10,05	207,5	80,4	13,61	5,29
Zn	10,3	3,88	7,212	64,9	37,4	8,34	3,14
Sn	5,41	1,73	7,328	117,5	75,6	13,91	4,45

Man erkennt, dass *erheblich* aus der Reihe der übrigen Zahlen nur die Werthe für Cd, Bi und Sn herausfallen, Werthe, die in der That auch zu den zweifelhaftesten gehören, da Cd und Sn äusserst ductil und daher Veränderungen durch mechanische Einwirkung sehr ausgesetzt sind, Bi wegen der höchst groben krystallinischen Structur nicht mit voller Sicherheit als quasi-isotrop betrachtet werden kann. Aber auch wenn man diese Zahlen beibehält, da eine *grosse* Abweichung von dem wahren Werth nicht eben wahrscheinlich ist, erreicht das Verhältniss der Zahlen in der vorletzten Columne nur 2,5, in der letzten nur 1,6. Insbesondere ist die nahe Uebereinstimmung der Werthe für Fe, An, Mg, Ni, Ag, Zn von Interesse, bei denen die elastischen Widerstände E und T zum Theil ganz ausserordentlich abweichen.

Eine vollständige Gleichheit ist natürlich bei Substanzen, deren Constanten die Poisson'sche Relation $T/E = \text{const.}$ nicht befolgen, nicht möglich; dies hängt damit zusammen, dass auf E und T bei quasi-isotropen Körpern die krystallinische Structur einwirkt. Man könnte daher versucht sein, die Prüfung der aufgestellten Relation statt an E und T lieber

an den Widerstand K der kubischen Compression anzuknüpfen, welcher von jenem Einfluss frei sein muss; indessen ist eine directe Beobachtung von K , so wichtig sie wäre, äusserst schwierig und seine Berechnung aus E und T ungenau, daher hat auch eine auf diese Grösse begründete Berechnung wenig Beweiskraft. Ich will demgemäss nur mittheilen, dass $K(\gamma/\epsilon)^2$ für Al, Fe, An, Mg, Ni, Ag, Zn im Mittel gleich $6,4 \cdot 10^{+8}$ ist und der Werth, den man für Hg bei Zugrundelegung des Mittelwerthes $K = 3,2 \cdot 10^{-6}$ aus den vorliegenden, in sich wenig stimmenden Beobachtungen¹⁾ erhält, nämlich $6,9 \cdot 10^{+8}$, hiermit recht gut übereinstimmt.

Was die erhaltenen Resultate lehren, ist insbesondere dieses.

Man betrachtet es vielfach als nahezu selbstverständlich, dass die Wechselwirkungen zwischen den Atomen, auf denen die Elasticitätserscheinungen beruhen, die Form des Newton'schen Gesetzes insoweit besitzen, als sie dem Product der sich anziehenden Massen proportional sind, sodass also

$$f(r) = m \cdot m' \cdot F(r)$$

gesetzt wird, wo $F(r)$ eine universelle Function bezeichnet.

Ein solcher Ansatz ist den obigen Resultaten gegenüber nicht zu halten, denn er würde — die gemachten Voraussetzungen zugestanden — auf elastische Widerstände führen, die mit dem Quadrat der Dichtigkeit proportional sind. Die Tabelle zeigt aber, dass für die grosse Mehrzahl der untersuchten Metalle, trotz des vom einfachen bis zum zehnfachen variirenden Atomgewichtes (was einem vom einfachen bis zum hundertfachen variirenden Product $m \cdot m'$ entspricht) die Grösse der Wechselwirkung $f(r)$ zwischen zwei Atomen sehr nahe dieselbe ist. Dieser Umstand legt wiederum von einer neuen Seite her die Vorstellung nahe, dass nicht die ponderabeln Massen bei den Processen im Innern der Körper die Wirkungen bestimmen, sondern ihnen mitgetheilte, etwa electricische Ladungen.

Hierin liegt das Interesse, welches die oben zusammengestellten Zahlen besitzen.

Göttingen, März 1893.

1) Amagat, Journ. de phys. (2) 8. p. 203. 1889.